

---

I. *Ueber das Verhältniß der Schwingungsrichtung des Lichtes zur Polarisationssebene und die Bestimmung dieses Verhältnisses durch die Beugung; von Friedrich Eisenlohr in Heidelberg.*

---

Die Frage, ob die Aethertheilchen in einem Lichtstrahle senkrecht zur Polarisationssebene schwingen, oder in derselben, ist in der letzten Zeit wieder lebhaft angeregt worden, und zwei ausgezeichnete Beobachter, Stokes und Holtzmann, haben neuerdings versucht, mit Hülfe der Beugung eine Entscheidung darüber zu geben. Die Zweckmäßigkeit dieses Weges läßt sich nicht ableugnen, aber beide Beobachter sind zu verschiedenen Resultaten gekommen. Da Stokes seine Versuche nicht mitgetheilt und auch die Genauigkeit der Versuche von Holtzmann nicht bezweifelt hat, so werden wir uns vorzüglich an die letzteren zu halten haben. Holtzmann fand nämlich, daß Licht, welches durch eine Glasplatte geht, und an dessen hinterer Fläche durch ein Rufsgitter gebeugt wird, in stärkerem Verhältniß gebeugt wird, wenn seine Polarisationssebene vor der Beugung parallel den Spalten des Gitters, als wenn sie senkrecht dazu war; oder daß im Allgemeinen die Polarisationssebene des einfallenden Strahles im gebeugten Strahle nach der Richtung der Spalten hin gedreht ist. Nach den theoretischen Betrachtungen, welche ihn und Stokes bei diesen Versuchen geleitet hatten, schien das Ergebniß die Annahme zu begünstigen, daß der Aether in der Polarisationssebene schwinde. Aber wenn auch die Versuche von Holtzmann eine entgegengesetzte Drehung der Polarisationssebene nachwiesen, als Stokes nach seiner Voraussetzung erwartet

hatte, so läßt sich doch auch nicht verhehlen, daß diese Drehung durchschnittlich doppelt so groß war, als nach der eigenen Berechnung des Beobachters, und es wäre jedenfalls sehr gewagt, jene Versuche als Stütze einer Theorie zu betrachten, mit welcher sie so schlecht harmoniren. Wenigstens schloß ich daraus, daß keine von beiden Theorien die Erscheinungen zu erklären vermöchte, und daß man die eintretende Beugung einer genaueren Untersuchung unterwerfen müßte. Wirklich fand ich nun auch, daß eine solche, wenn man mit Stokes annimmt, daß die Schwingungen des Aethers senkrecht zur Polarisationssebene erfolgen, zu Formeln führt, die sich sehr gut den Versuchen von Holtzmann anschließen.

Leider ist mir die große Arbeit von Stokes über die Beugung nicht zugänglich. Was sowohl er als Holtzmann bei Mittheilung ihrer Versuche über die Theorie aussprechen, läßt sich kurz so zusammenfassen. Die Schwingungen des Aethers erfolgen in dem Lichtstrahl, der senkrecht zum Gitter einfällt, parallel diesem Gitter; wird also der Lichtstrahl gebeugt, so kann man die Schwingungen zerlegen in solche, welche senkrecht zum gebeugten Strahle und solche, welche ihm parallel sind; nur die ersteren geben zu gebeugtem Lichte Veranlassung, die letzteren sind ohne allen Einfluß auf die Beugung; es folgt daraus, daß die Schwingungsebene des gebeugten Strahles stets parallel den Schwingungen des einfallenden ist; und ferner, daß wenn die Schwingungen des einfallenden Strahles mit der Beugungsebene (der Ebene, welche den einfallenden und gebeugten Strahl enthält) den Winkel  $\gamma$  bildet, die des gebeugten dagegen den Winkel  $\gamma'$ ; für den Beugungswinkel  $\beta$

$$\operatorname{tg} \gamma' = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\cos \beta}$$

seyn muß.

Ob aber wirklich die longitudinalen Schwingungen ohne allen Einfluß sind, verdient noch eine besondere Prüfung. Wir werden später sehen, daß sich ihre Wirkung auch in einem und demselben Medium zeigt; findet aber die Beu-

gung beim Uebergange von einem Medium in das andere statt, wie in den angeführten Versuchen, so kann ihr Einfluss gar nicht bezweifelt werden. Ich erinnere hier vorzüglich an die Formeln, welche Cauchy für die Intensität des gespiegelten und gebrochenen Lichtes aufgestellt hat. Indem er nämlich die beiden Voraussetzungen machte, daß, wenn eine Aetherwelle an die Gränze zweier Medien gelangt, die Bewegung des Aethers an dieser Gränze in beiden Medien dieselbe und außerdem continuirlich seyn müsse; dabei aber die longitudinalen Schwingungen mit berücksichtigte, fand er, daß die früheren Formeln von Fresnel, welche auf jene Schwingungen keine Rücksicht genommen, modificirt werden mußten. Diese Modification wurde nun auf die merkwürdigste Weise durch Versuche von Jamin bestätigt; die Genauigkeit, mit der die beobachtete elliptische Polarisation und Intensität des gespiegelten Strahles die Vorhersagungen Cauchy's erfüllt, ist in der That so groß, daß ein Zweifel an seinen theoretischen Grundlagen kaum übrig bleibt, und daß zugleich die Voraussetzung, welche Cauchy macht, daß die Schwingungen senkrecht zur Polarisationssebene erfolgen, hierdurch als bewiesen angesehen werden kann. Ich habe demnach auch kein Bedenken getragen, die oben erwähnten Bedingungen, daß die Bewegung des Aethers in zwei Medien an der Gränze gleich und continuirlich seyn müsse, auf die Theorie der Beugung anzuwenden. Es hat sich dabei gezeigt, daß die longitudinalen Schwingungen hier allerdings einen bedeutenden Einfluss ausüben, einen viel größeren, als bei den Versuchen von Jamin. Während nämlich dort bloß eine Größe ins Spiel kam, welche von der sehr kleinen Differenz der Wellenlängen, oder richtiger gesagt, der Absorptionscoefficienten der longitudinalen Schwingungen in beiden Medien abhängt, hängt die Intensität des gebeugten Lichtes von dem Produkte dieser Coefficienten ab. Ich will mich hier mit der Angabe des Resultats und einer allgemeinen Andeutung des Weges, auf welchem man dazu gelangt, begnügen, indem ich die genauere Rechnung auf den folgenden Aufsatz verspare. Man

kann erwarten bei der Bestimmung des Intensitätsverhältnisses der senkrecht zur Beugungsebene und in derselben schwingenden Strahlen sich nicht weit von der Wahrheit zu entfernen, wenn man den aus Glas in Luft gebeugten Strahl ansieht als erzeugt durch Brechung eines Strahles, dessen Richtung mit dem des gebeugten, nach dem Snellius'schen Gesetze zusammenhängt, dessen Schwingungen aber parallel der Glasfläche sind; dieß giebt in der That mit Hülfe der obigen Bedingungen eine Formel, welche ziemlich den Versuchen von Holtzmann entspricht. Aber das senkrecht einfallende Licht wird in seiner Wirkung auf den gebeugten Strahl durch einen schiefen Strahl zwar an der Gränzfläche selbst ersetzt, jedoch nicht in der dieser Gränzfläche unendlich nahe liegenden Schicht, auf welche man wegen des Principes der Continuität auch Rücksicht nehmen muß. Geschieht dieß, so erhält man die genauere jetzt mitzutheilende Gleichung. Bedeutet  $\gamma$  und  $\gamma'$  dasselbe wie früher,  $n$  den Brechungsexponenten des Glases,  $\lambda$  die Wellenlänge im Glase,  $\frac{\lambda}{l''}$  und  $\frac{\lambda}{l'}$  die Absorptionscoefficienten im Glase und der Luft; d. h., die Logarithmen des Verhältnisses, nach welchem die longitudinalen Schwingungen bei der Fortpflanzung durch den Weg  $\frac{\lambda}{2\pi}$  abnehmen,  $\alpha'$  den Beugungswinkel, ist ferner  $n \sin \alpha = \sin \alpha'$ , so ist

$$1) \quad \operatorname{tg} \gamma' = \frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot \cos(\alpha - \alpha')}{1 + 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{l'' \cdot l'}{\lambda^2}}.$$

Die folgende Tabelle enthält die Zusammenstellung dieser Formel mit den Versuchen von Holtzmann. Dabei habe ich für  $n$  den gewöhnlichen Werth 1,53 angenommen, und  $\frac{2l'' \cdot l'}{\lambda^2} = 9,5$  bestimmt.

$\alpha'$	$\gamma$	$\gamma'$ beobachtet	$\gamma'$ nach Formel 1)	$\gamma'$ nach Holtzmann's Berechn.
10° 36	45° 36'	44° 27'	44° 34'	45° 9'
20 17	44 5	40 32	40 32	42 15
20 35	45 36	40 52	41 57	43 43
31 5	45 0	38 6	37 29	40 35
32 17	45 36	38 4	38 9	40 49



Man sieht, wie gut die beobachteten Werthe mit den nach Formel 1) berechneten zusammenstimmen; die bedeutendste Abweichung von  $1^{\circ} 5'$  in der dritten Beobachtung beruht wohl auf einem Versuchsfehler, da diese Beobachtung bei einer um nur 18 Minuten größeren Beugung ein ganz anderes Verhältniß von  $\frac{tg \gamma'}{tg \gamma}$  ergäbe, als die zweite. Sollte hier wirklich kein Versuchsfehler vorliegen, so würde ich vermuthen, daß beide Beobachtungen zwei verschiedenen Beugungsspectren angehören, und darin einen Beweis sehen, daß für Farben, welche im Spectrum weit auseinanderliegen, die Größe  $\frac{\lambda^2}{l_n l''}$  ziemlich verschieden ist, was auch ohnedem Wahrscheinlichkeit hat; aber es ist bei der geringen Anzahl von Versuchen wohl nicht erlaubt, solche Hypothesen zu verfolgen. Man könnte glauben, daß wenigstens die Beugung in einem und demselben Medium sich nach dem Stokes'schen Gesetze richte. Man müßte, um sie zu beobachten, etwa zwei Glasplatten, in deren eine ein Gitter eingeritzt ist, so aufeinanderpressen, daß die Newton'schen Ringe ganz verschwinden, wenn das möglich ist. Aber nach der Formel 1) läßt sich voraussehen, daß auch hier der Einfluß der longitudinalen Schwingungen nur noch reiner sich zeigen wird. Sie wird nämlich dann:

$$2) \quad tg \gamma' = \frac{tg \gamma}{1 + \frac{2l_n^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\lambda^2}}.$$

Aus dem Vorhergehenden wird man sehen, welches ganz besondere Interesse die hier besprochenen Versuche bieten, wenn sie auch das zunächst dabei gestellte Problem nicht so direct lösen, als man anfangs vermuthete. In der That sind sie das beste Prüfungsmittel für longitudinale Aetherschwingungen, und es kann nicht genug die Wichtigkeit hervorgehoben werden, welche eine recht gründliche und mannigfaltig abgeänderte experimentelle Prüfung dieser Erscheinungen für die Wissenschaft hätte, weil dadurch neben

der Entscheidung über die hier zu Grunde gelegten Hypothesen, auch das Wesen der longitudinalen Schwingungen aufgehehlt würde. Um aber zu der Frage zurückzukehren, welche der Ausgangspunkt der Versuche war, so möchte ich bemerken, daß die Ansicht, welche der obigen Formel zu Grunde liegt, daß die Schwingungen des Lichtes senkrecht zur Polarisationsebene erfolgen, nicht nur durch die nachgewiesene Uebereinstimmung jener Formel mit den Versuchen, sondern auch von anderen Seiten her, so viele Stützpunkte findet, daß wir sie wohl als erwiesen betrachten dürfen.

Ich habe nämlich schon oben erwähnt, daß die auffallende Bestätigung, welche die Rechnung Cauchy's durch die Versuche von Jamin gefunden hat, ein schlagender Beweis für die Ansicht über die Schwingungsrichtung ist, welche er seiner Rechnung zu Grunde gelegt hat, und dieß ist eben die erwähnte. Ein anderer Beweis liegt in einer älteren theoretischen Arbeit von Fresnel, welche leider zu wenig bekannt ist.

Die Aberration hat den Beweis geliefert, daß der die Erde umgebende Aether nicht an ihrer Bewegung Theil nimmt; da also hierdurch das Licht eines Sternes, der sich in der Richtung dieser Bewegung befindet, in seiner Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Bezug auf die Erde so wohl im leeren Raume als in den Körpern eine Aenderung erfährt, und zwar im Allgemeinen nicht in gleichem Verhältnisse, so sollte man eine Aenderung des Brechungsverhältnisses durchsichtiger Körper für dieses Licht erwarten, so daß das durch ein Prisma gebrochene Bild des Sternes wegen der Erdbewegung abgelenkt würde. Diese Ablenkung muß, wie man sieht, von der ersten Potenz von  $\frac{c}{w}$  abhängen, wenn  $c$  die Geschwindigkeit der Erde,  $w$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist; sie ist also, wie die Aberration, meßbar, und erfolgt, wenn  $c$  sein Vorzeichen wechselt, d. h. je nachdem sich die Erde dem Sterne nähert, oder von ihm entfernt, im entgegengesetzten Sinne. Trotzdem

war Arago mit den schärfsten Hilfsmitteln nicht im Stande, eine solche Ablenkung wahrzunehmen. Fresnel hat nun in einem Briefe an Arago <sup>1)</sup> diese negative Thatsache unter der Voraussetzung erklärt, daß die Elasticität des Aethers in allen Körpern dieselbe, die Dichtigkeit aber dem Quadrate des Brechungsexponenten proportional sey; und es läßt sich nicht einsehen, wie auf anderem Wege die Erklärung gelingen solle. Bekanntlich sind dieß aber dieselben Voraussetzungen, die von jenem Physiker adoptirt wurden, um die verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Medien zu erklären, und welche mit der Annahme, daß die Schwingungen des Aethers senkrecht zur Polarisationssebene erfolge, im nothwendigen Zusammenhang steht. Die Bestätigung, welche also jene Voraussetzungen durch den Aufsatz von Fresnel erfahren, erstreckt sich auch auf diese Annahme. Vielleicht darf ich hoffen, zur Verbreitung des interessanten Beweises von Fresnel beizutragen, wenn ich die von ihm gegebene mathematische Ableitung durch eine einfache geometrische ersetze. Ist  $LL'$  (Taf. III Fig. 1) das auf die Vorderfläche  $AC$  eines Glasprismas senkrecht auffallende Lichtbündel, das von einem Sterne ausgeht, von welchem sich die Erde gerade entfernt; so wird es ungebrochen bis  $PM$  fortschreiten. Wir nehmen nun der Einfachheit wegen an, statt daß sich die Erde bewege und der Aether in Ruhe bleibe, die Erde sey in Ruhe, und der sie umgebende Aether bewege sich der Fortpflanzung des Lichtes entgegen, mit der Geschwindigkeit  $c$ . Ist also in dem Prisma die Dichtigkeit des Aethers im Verhältniß zur äußeren  $A$ , so ist hier seine Geschwindigkeit  $\frac{c}{A}$ , weil die an der Fläche  $AC$  befindlichen Aethertheilchen sich in derselben Zeit um den Weg  $l$  von derselben entfernt haben müssen, in welcher die bis zur Tiefe  $\frac{1}{A}$  in dem Prisma enthaltene Aethermasse aus demselben getreten ist, um nun die Länge  $l$  im leeren Raume zu erfüllen. Be-

1) *Ann. de chim. et de phys.* T. IX, (1818) p. 56.

zeichnen wir demnach die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes durch  $w$ , den Brechungsexponenten durch  $n$ , so wird sich die Lichtwelle  $PM$ , welche bei  $M$  aus dem Prisma tritt, mit der Geschwindigkeit  $\frac{w}{n} - \frac{c}{A}$  von  $P$  nach  $N$  fortbewegen; ist also die verflossene Zeit  $\tau$ , so ist  $PN = \frac{w\tau}{n} - \frac{c\tau}{A}$ . Zugleich wird sich von  $M$  eine kreisförmige Welle ausgebreitet haben, welche nach der Zeit  $\tau$  den Radius  $\tau w$  hat, aber mit dem Aether um  $c\tau$  verschoben ist, so daß der gedachte Mittelpunkt dieses Kreises nun in  $M'$  um  $c\tau$  weiter innen als  $M$  liegt (es versteht sich, daß nichtsdestoweniger die einmal aus dem Glase getretene Welle außerhalb desselben bleibt). Man erhält also den austretenden Strahl, wenn man von  $N$  aus eine Senkrechte auf die Linie  $M'R = \tau w$  fällt. Um diesen Strahl zu beobachten, muß man jedoch das Fernrohr in die Lage  $MR$  bringen, weil, wenn  $MR$  die Länge des Fernrohrs ist, der Aether sich in derselben Zeit von  $M$  nach  $M'$  bewegt, in welcher der im ruhenden Aether fortgepflanzte Lichtstrahl, den Weg  $M'R$  zurücklegen würde, der Strahl also die aus beide resultirende Bewegung  $MR$  annimmt.

Nun haben aber die Versuche von Arago gezeigt, daß diese Richtung mit derjenigen zusammenfällt, welche der gebrochene Strahl bei ruhendem Aether haben würde, wenigstens soweit die Genauigkeit dieser Versuche reicht, welche das Verhältniß  $\frac{c}{w}$  noch messen können, aber nicht das Quadrat dieses Verhältnisses. Diese Thatsache kann man zur Bestimmung von  $A$  benutzen; denn fällt man von  $N$  auf  $MR$  die Senkrechte  $NS$ , so muß nach dem eben Gesagten  $MS = n \cdot PN = \tau w - c\tau \frac{n}{A}$  seyn. Zieht man ferner  $MU$  senkrecht zu  $BC$ ,  $UV$  senkrecht zu  $MR$ , so ist wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke  $RNS$  und  $URV$ , und der Dreiecke  $NMS$  und  $MUV$ :

$$NS \cdot UV = RS \cdot RV = MV \cdot MS,$$

und aus der letzten Gleichung folgt, wie man leicht sieht,

$$MS = RV = \tau w - c\tau \frac{n}{A}.$$

Dies giebt:

$$\frac{n}{A} = \frac{\tau w - RV}{c\tau} = \frac{M'R - RV}{MM'}.$$

Wegen der Kleinheit des Winkels  $M'RM$  kann man mit hinlänglicher Annäherung setzen:

$UR = VR$  also wird  $M'R - RV = M'U$ ; und wenn  $TM'$  parallel  $UM$  gezogen wird, so kann man für  $UM'$  so gleich  $TM$  setzen, welches davon nur um eine verschwindend kleine Gröfse verschieden ist, und erhält

$$\frac{n}{A} = \frac{MT}{MM'} = \frac{\sin MMT}{\sin MTM'},$$

wo nur solche Gröfsen vernachlässigt sind, welche von dem Quadrate von  $\frac{c}{w}$  abhängen, sich also der Beobachtung entziehen.

Weil aber

$$MM'T = NMP$$

$$MTM' = 180^\circ - MNS$$

und ausserdem

$$\frac{\sin NMP}{\sin MNS} = \frac{1}{n},$$

so ist auch

$$\frac{n}{A} = \frac{\sin MM'T}{\sin MTM'} = \frac{\sin NMP}{\sin MNS} = \frac{1}{n}$$

$$\text{oder } n^2 = A,$$

was zu beweisen war.

Ich habe schon oben gesagt, dafs das hier nachgewiesene Verhältnifs der Dichtigkeit zugleich die Annahme bedingt, dafs die Schwingungen senkrecht zur Polarisations-ebene erfolgen. Nehmen wir aber statt der obigen Voraussetzung, dafs die Erde in Ruhe sey, an, dafs, wie es sich wirklich verhält, der sie umgebende Aether sich nicht bewege, die Erde aber die Geschwindigkeit  $c$  habe, so bleibt offenbar die ganze Betrachtung dieselbe; die Geschwindigkeit aber, mit der sich der Aether in dem Prisma bewegt ist nun der Geschwindigkeit des Prismas gleich, weniger der Geschwindigkeit, die er im ruhenden Prisma im entgegengesetzten Sinne gehabt haben würde oder  $c - \frac{c}{A} = c\left(\frac{n^2 - 1}{n^2}\right)$ ,

d. h. der Aether wird von der Bewegung des Prisma fortgerissen, wenn auch nicht mit der vollen Geschwindigkeit desselben. Diese Folgerung wurde bekanntlich in den letzten Jahren von Foucault durch directe Versuche mit Wasser (wo  $\frac{n^2 - 1}{n^2}$  beinahe  $\frac{1}{2}$  ist) bestätigt.

---

II. *Ableitung der Formeln für die Intensität des an der Oberfläche zweier isotropen Mittel gespiegelten, gebrochenen und gebeugten Lichtes;*  
*von Friedrich Eisenlohr.*

---

Ich habe in dem vorigen Aufsätze eine Formel für die Intensität des gebeugten Lichtes gegeben, welche sich auf die von Cauchy bei seinen Reflexionsformeln gemachten Voraussetzungen stützt. Indem ich dieselbe hier begründe, halte ich es für zweckmäfsig, alle jene von Cauchy ohne Beweis gegebenen Resultate im Zusammenhange abzuleiten, um die Beziehung hervorzuheben, in welcher die erstere zu der letzteren steht.

Es giebt zwei verschiedene Ableitungen der Cauchy'schen Formeln, die eine, welche Beer in einer langen Reihe von Abhandlungen in diesen Annalen gegeben hat, die andere in einem sehr interessanten Aufsätze von v. Ettingshausen <sup>1)</sup>. Ich glaubte mich an die letztere anschließen zu müssen, nicht blofs, weil die Betrachtungsweise von v. Ettingshausen erlaubt, die ganze Rechnung viel kürzer und einfacher zu entwickeln, sondern vorzüglich, weil sie die wahren Ursachen der Erscheinungen und die Bedeutung der Constanten, welche hier vorkommen, hervortreten läfst. Da jedoch v. Ettingshausen mehr die Vor-

1) Sitzungsber. d. Kaiserl. Akademie der Wissenschaft. Math. naturw. Klasse 1855, IV, S. 369.

aussetzungen und den allgemeinen Gang der Untersuchung, als die Resultate, welche sich daraus ableiten lassen, im Detail angegeben, und sich außerdem auf den gewöhnlichen Fall der Reflexion beschränkt hat, so glaubte ich, es würde den Physikern angenehm seyn, wenn jene Resultate daraus gezogen würden, und dadurch erstens Gelegenheit gegeben würde, theoretische Fragen, welche sich über die zu Grunde gelegten Voraussetzungen erheben, zu erörtern, zweitens aber das ganze Material in einen übersichtlichen Zusammenhang gebracht würde; insbesondere hoffte ich auch durch die Ableitung der von Cauchy gegebenen Gesetze der Metallreflexion eine Lücke auszufüllen, welche hier trotz des Interesses, welches sich an jene Erscheinungen knüpft, noch immer besteht.

Um zu ermitteln, welche Bewegungen im Aether durch ein ebenes Wellensystem hervorgerufen werden, wenn dasselbe an die Gränzfläche zweier Medien gelangt, stellte Cauchy den Grundsatz auf, daß die Summe aller auftretenden Bewegungen längs der ganzen Gränzfläche und in jedem Zeitmomente in beiden Medien dieselbe und eine continuirliche sey; mit andern Worten, daß alle Aethertheilchen, welche in der Ruhelage eine Ebene einnehmen, die z. B. senkrecht zur Gränzfläche ist, sich in Folge aller dieser Bewegungen zu einer beliebigen Zeit auf einer Fläche befinden, welche nirgends, also auch nicht an der Gränzfläche, eine plötzliche Aenderung in ihrer Lage oder Richtung zeigt. Im entgegengesetzten Falle würden nämlich sogleich die Kräfte, welche die Schwingungen der Aethertheilchen bewirken, ins Unendliche wachsen. Die möglichen Wellensysteme, welche in den beiden Medien bestehen können, müssen also noch außerdem der Bedingung genügen, daß die Summe der Componenten der Verrückungen, welche ein Aethertheilchen an der Gränzfläche vermöge der verschiedenen Wellensysteme (das einfallende miteingerechnet) erleidet, nach drei zu einander senkrechten Richtungen in beiden Medien dieselbe sey, und daß Gleichheit bestehe zwischen den Summen der nach einer zur Gränzfläche senkrechten Richtung ge-

nommenen Differentialquotienten dieser Componenten. Hierbei ist freilich angenommen, daß die in einem Medium bestehenden Wellensysteme an der Gränzfläche keine Aenderung erfahren, obgleich daselbst eigentlich die Beschaffenheit des einen Medium allmählich in die des andern übergeht; aber man ist wohl berechtigt, davon abzusehen, weil dieser Uebergang jedenfalls, wegen der schnellen Abnahme der Aetherwirkung mit der Entfernung, ein sehr rascher ist.

Denkt man also die  $x$ -Axe senkrecht zur Gränzfläche und so gezogen, daß sie mit der Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Welle einen spitzen Winkel bildet, die  $y$ - und  $z$ -Axe in der Gränzfläche, die erstere aber in der Einfallsebene und ebenfalls mit der Fortpflanzungsrichtung einen spitzen Winkel bildend; und bezeichnet man die Ausbeugungen des Aethers in der Richtung dieser drei Axen durch die Buchstaben  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ , welche man für die einfallende Welle gar nicht, für die dadurch in dem gleichen Medium erregten Wellen unten, für die des andern Mediums oben, für transversale Schwingungen einmal, für longitudinale Schwingungen zweimal accentuirt; so kann man die Bedingungen, welche für  $x=0$  bestehen müssen, auf folgende Weise schreiben:

$$a) \quad \xi + \xi_i + \xi_{ii} = \xi' + \xi''$$

$$b) \quad \eta + \eta_i + \eta_{ii} = \eta' + \eta''$$

$$c) \quad \zeta + \zeta_i + \zeta_{ii} = \zeta' + \zeta''$$

$$d) \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \xi_i}{\partial x} + \frac{\partial \xi_{ii}}{\partial x} = \frac{\partial \xi'}{\partial x} + \frac{\partial \xi''}{\partial x}$$

$$e) \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \eta_i}{\partial x} + \frac{\partial \eta_{ii}}{\partial x} = \frac{\partial \eta'}{\partial x} + \frac{\partial \eta''}{\partial x}$$

$$f) \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \zeta_i}{\partial x} + \frac{\partial \zeta_{ii}}{\partial x} = \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \frac{\partial \zeta''}{\partial x}.$$

Weil die Ebenen aller erzeugten Wellensysteme nothwendig zur Einfallsebene senkrecht stehen müssen, so sind  $\xi_{ii}$ ,  $\zeta''$ ,  $\frac{\partial \xi_{ii}}{\partial x}$  und  $\frac{\partial \zeta''}{\partial x}$  der Null gleich. Wir unterscheiden nun bei dem ebenen einfallenden transversalen Wellensy-



steme die beiden Fälle, wo die Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene und in der Einfallsebene erfolgen.

Das Licht schwinde senkrecht zur Einfallsebene.

In dem ersten Falle sind  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \eta}{\partial x}$  der Null gleich, und deswegen fallen auch alle übrigen Glieder der Gleichungen a), b), d), e) weg. Weil also nur transversale Wellensysteme in Betracht kommen, so haben wir für die Verrückung eines Aethertheilchens, dessen Coordinaten  $x$ ,  $y$ ,  $z$  sind, zur Zeit  $t$  die Gleichung:

$$\zeta = \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right)$$

wenn  $\lambda$  die Wellenlänge,  $\tau$  die Schwingungsdauer,  $\vartheta$  die Phase, endlich  $\alpha$  den Einfallswinkel bedeutet, die Intensität  $A$  aber der Einheit gleichgesetzt wird; accentuirt man dieselben Gröößen bei dem Wellensysteme, das in demselben Medium entsteht, dem gespiegelten, und dem Wellensysteme in dem andern Medium, dem gebrochenen, so ist ferner:

$$\zeta_i = A_i \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i}{\lambda_i} - \frac{t + \vartheta_i}{\tau_i} \right);$$

$$\zeta' = A' \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha' + y \sin \alpha'}{\lambda'} - \frac{t + \vartheta'}{\tau'} \right).$$

Damit nun die Gleichungen c) und f) für  $x=0$  und für jeden Werth von  $y$  und  $t$  gültig bleiben, muß der Coefficient dieser beiden in  $\zeta$ ,  $\xi_i$ ,  $\xi'$  gleich seyn, d. h.  $\tau = \tau_i = \tau'$ , also auch  $\lambda = \lambda_i$ , und  $\frac{\sin \alpha}{\lambda} = \frac{\sin \alpha_i}{\lambda} = \frac{\sin \alpha'}{\lambda'}$ .  $\sin \alpha$  ist also gleich  $\sin \alpha_i$ , aber weil der Winkel  $\alpha$  zwischen der Fortpflanzungsrichtung und der  $x$ -Axe, bei dem einfallenden und gebrochenen Lichte spitz, bei dem gespiegelten stumpf ist, so sind  $\cos \alpha$ ,  $\cos \alpha'$  positiv,  $\cos \alpha_i$  negativ und  $\alpha_i = 180 - \alpha$ . Außerdem geben die obigen Bedingungen

$$\begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta + A \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta_i = A' \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta'$$

und

$$\frac{\cos \alpha}{\lambda} \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta + \frac{\cos \alpha_i}{\lambda} \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta_i = \frac{\cos \alpha'}{\lambda'} \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta'.$$

Hier bedeuten die Klammern [ ], daß die Gleichungen sowohl für den Cosinus als den Sinus von  $\vartheta$  Geltung haben. Wir erhalten daraus  $\vartheta = \vartheta_i = \vartheta'$  und

$$A_i = \frac{\sin(\alpha' - \alpha)}{\sin(\alpha' + \alpha)}; \quad A' = \frac{2 \sin \alpha' \cos \alpha}{\sin(\alpha' + \alpha)}$$

und für  $\zeta_i$  und  $\zeta'$  die Werthe

$$\left. \begin{aligned} \zeta_i &= \frac{\sin(\alpha' - \alpha)}{\sin(\alpha' + \alpha)} \cos 2\pi \left( \frac{-x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right) \\ \zeta' &= \frac{2 \sin \alpha' \cos \alpha}{\sin(\alpha' + \alpha)} \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha' + y \sin \alpha'}{\lambda'} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right) \end{aligned} \right\} 1).$$

Wird in diesen Formeln der Coëfficient der Kreisfunction, dessen Quadrat ein Maafs der Intensität ist, negativ, so ist dieß so zu verstehen, daß die Phase um  $180^\circ$  verzögert ist. Dieß tritt z. B. bei der Reflexion an einem optisch dichteren Medium ein, weil hier  $\sin(\alpha' - \alpha)$  negativ wird; man hätte hier eigentlich zu schreiben:

$$\zeta_i = \frac{\sin(\alpha - \alpha')}{\sin(\alpha + \alpha')} \cos 2\pi \left( \frac{-x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} + \frac{1}{2} \right).$$

#### Totale Reflexion.

Wird in den obigen Formeln  $\sin \alpha'$  oder  $\frac{\lambda' \sin \alpha}{\lambda}$  größer als die Einheit, was nur geschehen kann, wenn  $\lambda' > \lambda$ , so erhalten wir für den Winkel  $\alpha'$  und  $\cos \alpha'$  imaginäre Werthe. Die scheinbare Ungereimtheit dieses Ergebnisses läßt sich aber leicht heben; wir haben nämlich im Vorigen überall, besonders bei der Bestimmung der Winkel  $\vartheta_i$  und  $\vartheta'$  vorausgesetzt, daß alle in den Gleichungen vorkommende Größen reell seyen; ist dieß aber nicht der Fall, so sind auch die erhaltenen Gleichungen für die Bewegungen des Aethers nicht mehr gültig, und wir werden sie durch allgemeinere ersetzen müssen. Wenn die erhaltenen Gleichungen von der Form  $\zeta = \cos m$ ;  $\zeta_i = A_i \cos m_i$ ;  $\zeta' = A' \cos m'$  der Beschaffenheit beider Medien, d. h. den linearen Differentialgleichungen für die Bewegung des Aethers in beiden Medien und den oben aufgestellten Gränzbedingungen genügen, so genügen ihnen auch die Gleichungen  $\zeta = \cos(m - 90^\circ) \sqrt{-1}$ ,

$\zeta_i = A \cos(m_i - 90^\circ) \sqrt{-1}$ ,  $\zeta' = A' \cos(m' - 90^\circ) \sqrt{-1}$  und auch die Summe der beiden Ausdrücke. Die allgemeineren Integrale der Differentialgleichungen sind also:

$$\zeta = e^{m\sqrt{-1}} \quad \zeta_i = A_i e^{m_i \sqrt{-1}} \quad \zeta' = A' e^{m' \sqrt{-1}}$$

und in diesen müssen sowohl die reellen als die imaginären Theile für sich eine Auflösung geben. Sind also  $m$ ,  $m_i$ ,  $m'$ ,  $A_i$ ,  $A'$  reell, so sind wir berechtigt, wie wir es eben gethan haben,  $\cos m$  statt  $e^{m\sqrt{-1}}$  zu setzen und so weiter; sind aber einige dieser Größen imaginäre, wird z. B.

$$A' e^{m' \sqrt{-1}} = (a + b\sqrt{-1}) e^{(\alpha + \beta\sqrt{-1})\sqrt{-1}}$$

so kann man dafür setzen:

$$\sqrt{a^2 + b^2} \cdot e^{-\beta} \cdot e^{\left[\alpha + \arctg\left(\frac{b}{a}\right)\right]\sqrt{-1}}$$

und hier muß der reelle Theil allein oder  $\sqrt{a^2 + b^2} \cdot e^{-\beta} \cos\left(\alpha + \arctg\frac{b}{a}\right)$  zur Auflösung der Gleichungen genommen werden.

Es ist übrigens sehr leicht, im vorkommenden Falle  $\frac{b\sqrt{-1}}{a}$  und  $\sqrt{a^2 + b^2}$  zu berechnen; denn, wenn man in der complexen Größe  $a + b\sqrt{-1}$  allen mit  $\sqrt{-1}$  multiplicirten Theilen den entgegengesetzten Werth beilegt, so erhält man  $a - b\sqrt{-1}$ , und es ist sodann

$$\frac{b\sqrt{-1}}{a} = \frac{(a + b\sqrt{-1}) - (a - b\sqrt{-1})}{(a + b\sqrt{-1}) + (a - b\sqrt{-1})}.$$

Um also z. B. aus  $\frac{2\sin\alpha' \cos\alpha}{\sin(\alpha + \alpha')}$ , welches in dem Falle, daß  $\sin\alpha' > 1$  ist, die Form  $a + b\sqrt{-1}$  annimmt,  $\frac{b\sqrt{-1}}{a}$  zu berechnen, setzen wir statt  $\alpha'$  nur  $180^\circ - \alpha'$ , so erhält der imaginäre  $\cos\alpha'$  das entgegengesetzte Zeichen, und es ist

$$a - b\sqrt{-1} = \frac{2\sin\alpha' \cos\alpha}{\sin(\alpha' - \alpha)} \text{ und}$$

$$\frac{b\sqrt{-1}}{a} = \frac{\sin(\alpha' - \alpha) - \sin(\alpha' + \alpha)}{\sin(\alpha' - \alpha) + \sin(\alpha' + \alpha)} = \frac{-\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} = \operatorname{tg}\varphi\sqrt{-1},$$

ebenso ist

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2 + b^2} &= \sqrt{(a+b\sqrt{-1})(a-b\sqrt{-1})} \\ &= \sqrt{\frac{2\sin^2\alpha' \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha' - \sin^2\alpha}} = 2\cos\rho.\end{aligned}$$

Auf diese Weise erhält man, wenn  $\operatorname{tg}\rho = \operatorname{tg}\alpha \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda'^2 \sin^2\alpha}}$  gesetzt wird

$$\left. \begin{aligned}\zeta_1 &= \cos 2\pi \left( \frac{-x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \theta}{\tau} - \frac{\varrho}{\pi} \right) \\ \zeta &= 2\cos\rho e^{-\frac{x \cos \alpha \operatorname{tg} \rho}{\lambda}} \cos 2\pi \left( \frac{y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \theta}{\tau} - \frac{\varrho}{2\pi} \right)\end{aligned} \right\} \text{II.}$$

Diese Formeln geben demnach die Gesetze für die Totalreflexion. Die Intensität des reflectirten Lichtes ist der Einheit gleich, die Phase um  $2\rho$  verzögert.

Das Licht schwinde in der Einfallsebene.

In diesem Falle haben wir für die Gränzfläche die Bedingungen  $a)$ ,  $b)$ ,  $d)$ ,  $e)$ . Wird also die Bewegung in der einfallenden transversalen Welle ausgedrückt durch die Gleichungen:

$$\left[ \begin{matrix} \zeta \\ \eta \end{matrix} \right] = \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \theta}{\tau} \right) \left[ \begin{matrix} \sin \alpha \\ -\cos \alpha \end{matrix} \right],$$

wo die Klammern bedeuten, daß die Gleichungen für  $\zeta$  und  $\eta$  nur in den Factoren  $\sin \alpha$  und  $-\cos \alpha$  verschieden sind; ferner in den andern transversalen Wellensystemen durch Gleichungen, in welchen dieselben Buchstaben nur entsprechend accentuirt sind; und die Intensitäten durch  $A$ , und  $A'$  bezeichnet werden mögen; haben wir ferner für die longitudinalen Schwingungen die Gleichungen

$$\left[ \begin{matrix} \xi'' \\ \eta'' \end{matrix} \right] = A'' \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha'' + y \sin \alpha''}{\lambda} - \frac{t + \theta''}{\tau''} \right) \left[ \begin{matrix} \cos \alpha'' \\ \sin \alpha'' \end{matrix} \right],$$

in welchen für das zweite Medium die Buchstaben oben zu accentuiren sind, so müssen diese Bewegungen für  $x=0$  noch den Gränzbedingungen genügen. Wir erhalten demnach wieder  $\tau = \tau' = \tau'' = \tau''$ , also  $\lambda = \lambda'$ , ferner:

$$\frac{\sin \alpha}{\lambda} = \frac{\sin \alpha_i}{\lambda} = \frac{\sin \alpha_{ii}}{\lambda_{ii}} = \frac{\sin \alpha'}{\lambda'} = \frac{\sin \alpha''}{\lambda''}$$

und es ist wieder, aus dem gleichen Grunde wie oben,  $\cos \alpha$ ,  $\cos \alpha'$ ,  $\cos \alpha''$  positiv,  $\cos \alpha_i$  und  $\cos \alpha_{ii}$  negativ zu nehmen. Die Bedingungsgleichungen für  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\frac{\partial \xi}{\partial x}$  und  $\frac{\partial \eta}{\partial x}$  geben die vier Gleichungen:

$$\begin{aligned} 1) \quad \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta \sin \alpha + A_i \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i \sin \alpha_i + A_{ii} \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_{ii} \cos \alpha_{ii} \\ = A' \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta' \sin \alpha' + A'' \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta'' \cos \alpha'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta \cos \alpha + A_i \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i \cos \alpha_i - A_{ii} \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_{ii} \sin \alpha_{ii} \\ = A' \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta' \cos \alpha' - A'' \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta'' \sin \alpha'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\lambda} + A_i \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i \frac{\sin \alpha_i \cos \alpha_i}{\lambda} + A_{ii} \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_{ii} \frac{\cos^2 \alpha_{ii}}{\lambda_{ii}} \\ = A' \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta' \frac{\cos \alpha' \sin \alpha'}{\lambda'} + A'' \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta'' \frac{\cos^2 \alpha''}{\lambda''} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta \frac{\cos^2 \alpha}{\lambda} + A_i \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i \frac{\cos^2 \alpha_i}{\lambda} - A_{ii} \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_{ii} \frac{\cos \alpha_{ii} \sin \alpha_{ii}}{\lambda_{ii}} \\ = A' \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta' \frac{\cos^2 \alpha'}{\lambda'} + A'' \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta'' \frac{\cos \alpha'' \sin \alpha''}{\lambda''} \end{aligned}$$

Die Gleichung 1) mit  $\frac{\sin \alpha}{\lambda}$  multiplicirt und zu 4) addirt, ferner die Gleichung 2) mit  $\frac{\sin \alpha}{\lambda}$  multiplicirt und zu 3) addirt geben:

$$\left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta \cdot \frac{1}{\lambda} + \frac{A_i}{\lambda} \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i = \frac{A'}{\lambda'} \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta';$$

$$\frac{A_{ii}}{\lambda_{ii}} \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_{ii} = \frac{A''}{\lambda''} \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta''.$$

Durch Einführung dieser Werthe in 1) und 2) erhalten wir  $\vartheta = \vartheta_i = \vartheta' = \vartheta_{ii} = \vartheta''$  und die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 \left[ \frac{\xi_i}{\eta_i} \right] &= \frac{\sin(\alpha - \alpha') \cdot \cos(\alpha + \alpha' - \alpha_{ii} - \alpha'')}{\sin(\alpha + \alpha') \cdot \cos(\alpha - \alpha' + \alpha_{ii} + \alpha'')} \times \\
 &\quad \cos 2\pi \left( \frac{-x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \phi}{\tau} \right) \left[ \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right] \\
 \left[ \frac{\xi_{ii}}{\eta_{ii}} \right] &= \frac{-2 \sin(\alpha - \alpha') \cos \alpha \sin \alpha_{ii}}{\sin(\alpha_{ii} - \alpha'') \cos(\alpha - \alpha' + \alpha_{ii} + \alpha'')} \times \\
 &\quad \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha_{ii} + y \sin \alpha_{ii}}{\lambda_{ii}} - \frac{t + \phi}{\tau} \right) \left[ \frac{\cos \alpha_{ii}}{\sin \alpha_{ii}} \right] \\
 \left[ \frac{\xi'}{\eta'} \right] &= \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha' \cos(\alpha_{ii} + \alpha'')}{\sin(\alpha + \alpha') \cos(\alpha - \alpha' + \alpha_{ii} + \alpha'')} \times \\
 &\quad \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha' + y \sin \alpha'}{\lambda'} - \frac{t + \phi}{\tau} \right) \left[ \frac{\sin \alpha'}{\cos \alpha'} \right] \\
 \left[ \frac{\xi''}{\eta''} \right] &= \frac{-2 \sin(\alpha - \alpha') \cos \alpha \sin \alpha''}{\sin(\alpha_{ii} - \alpha'') \cos(\alpha - \alpha' + \alpha_{ii} + \alpha'')} \times \\
 &\quad \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha'' + y \sin \alpha''}{\lambda''} - \frac{t + \phi}{\tau} \right) \left[ \frac{\cos \alpha''}{\sin \alpha''} \right].
 \end{aligned}
 \quad \text{III.}$$

Wir haben bei Ableitung dieser Gleichungen stillschweigend vorausgesetzt, daß auch die longitudinalen Schwingungen, wie die transversalen sich als regelmässige Wellen fortpflanzen; nun machen aber die Beobachtungen wahrscheinlich, daß vielmehr eine Abnahme in geometrischer Progression stattfindet, oder, daß, wenn die Normale zur Wellebene  $\rho$  in arithmetischer Progression wächst, das Gesetz der Fortpflanzung statt durch  $e^{\frac{2\pi\rho}{\lambda_{ii}}\sqrt{-1}}$ , durch  $e^{\frac{-2\pi\rho}{l_{ii}}}$  ausgedrückt werde. Wir hätten demgemäß in den Gleichungen III statt  $\lambda_{ii}$  und  $\lambda''$ , zu setzen  $\frac{l_{ii}}{\sqrt{-1}}$  und  $\frac{l''}{\sqrt{-1}}$ , so daß  $\sin \alpha_{ii}$  und  $\sin \alpha''$  imaginär,  $\cos \alpha_{ii}$  reell und negativ,  $\cos \alpha''$  reell und positiv wird. Die Gleichungen III hören auf reell zu seyn, und statt der  $\cos$  und  $\sin$  müssen wir imaginäre Potenzen nehmen. Wenden wir wieder die früheren Grundsätze an, so erhalten wir sehr leicht die abgeänderte Form der Gleichungen, wenn wir überall die Form  $a + b\sqrt{-1}$  des Factors der periodischen Function, der die größte Ausbeugung angab, dadurch in die Form  $a - b\sqrt{-1}$  verwandeln, daß wir statt  $\alpha_{ii}$  und  $\alpha''$ , setzen  $-\alpha_{ii}$  und  $-\alpha''$ , weil

hiedurch die imaginären  $\sin \alpha''$  und  $\sin \alpha'$  den entgegengesetzten Werth annehmen. Das Product beider Ausdrücke giebt wieder das Quadrat der Amplitude  $a^2 + b^2$ , der Quotient ihrer Differenz durch ihre Summe die Tangente der Phasenänderung mit  $\sqrt{-1}$  multiplicirt. Setzt man also

$$m'' = \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\sin^2 \alpha \lambda''^2}}, \quad m' = \sqrt{1 + \frac{\lambda}{\sin^2 \alpha \lambda'^2}},$$

$$p = \frac{\operatorname{tg}(\alpha'' + \alpha')}{\sqrt{-1}} = \frac{m'' - m'}{m'' m' - 1}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = p \operatorname{tg}(\alpha - \alpha') \quad \operatorname{tg} \psi = p \operatorname{tg}(\alpha + \alpha'),$$

so kann man die abgeänderten Gleichungen schreiben:

$$\left[ \frac{\xi}{\eta} \right] = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} \cos 2\pi \left( \frac{-x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} + \frac{\varphi + \psi}{2\pi} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right) \begin{bmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\left[ \frac{\xi''}{\eta''} \right] = \frac{2 \cos \alpha \sin \varphi (m''^2 - 1)}{m''^2 - m'^2} e^{\frac{2\pi x \sin \alpha m''}{\lambda}} \times \begin{bmatrix} -m'' \cos \\ + \sin \end{bmatrix} 2\pi \left( \frac{y \sin \alpha}{\lambda} + \frac{\varphi}{2\pi} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right)$$

$$\left[ \frac{\xi'}{\eta'} \right] = \frac{\sin(\varphi + \psi)}{\sin \psi} \cdot \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} \cdot \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha' + y \sin \alpha'}{\lambda'} + \frac{\varphi}{2\pi} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right) \begin{bmatrix} \sin \alpha' \\ -\cos \alpha' \end{bmatrix}$$

$$\left[ \frac{\xi'''}{\eta'''} \right] = \frac{2 \cos \alpha \sin \varphi (m'^2 - 1)}{(m'^2 - m''^2)} e^{\frac{-2x \sin \alpha m'}{\lambda}} \times \begin{bmatrix} m' \cos \\ \sin \end{bmatrix} 2\pi \left( \frac{y \sin \alpha}{\lambda} + \frac{\varphi}{2\pi} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right)$$

IV.

Es ist leicht die Uebereinstimmung dieser Gleichungen mit den Gränzgleichungen direct nachzuweisen. Jamin hat die obige Gleichung für reflectirtes Licht durch den Versuch geprüft, und hat dabei einerseits eine überraschende Uebereinstimmung mit der Erfahrung, anderseits aber gefunden, dafs  $p$  stets sehr klein ist, dafs also der Gangunter-

schied zwischen dem in der Einfallsebene und senkrecht dazu polarisirten Lichte, oder  $\varphi + \psi + 180^\circ$ , zwischen der senkrechten Incidenz und dem Polarisationswinkel fast genau  $180^\circ$  ist, dafs er aber beim Durchgange durch den Polarisationswinkel, wo  $\text{tg } \psi = p \text{ tg } (\alpha + \alpha')$  sehr rasch wächst, auch sehr schnell bis  $270^\circ$  und darüber hinaus bis beinahe  $360^\circ$  zunimmt, welchem Werthe er sich dann, wenn der Einfallswinkel bis zu  $90^\circ$  wächst, allmählich nähert. Ein schief gegen die Einfallsebene polarisirter Lichtstrahl ist also ganz in Uebereinstimmung mit der Theorie nach der Reflexion nur in der Nähe des Polarisationswinkels erheblich elliptisch polarisirt, und nähert sich bei der senkrechten und parallelen Incidenz immer mehr der geradlinigen Polarisation. Die Kleinheit von  $p$  läfst auch auf die Kleinheit der Differenz von  $\frac{\lambda}{l''}$  und  $\frac{\lambda}{l'}$  schliessen; setzt man also  $\frac{\lambda}{l'} = t + u$ ,  $\frac{\lambda}{l''} = t - u$ , und vernachlässigt die höheren Potenzen von  $u$ , so ist

$$p = \frac{2u \sin \alpha}{t \sqrt{\sin^2 \alpha + t^2}}$$

oder wenn man  $\text{tg } w = \frac{t}{\sin \alpha}$  setzt,  $p = \frac{2u}{t} \cos w$ ; wo  $u$  und  $t$  constante Gröfsen sind. Da bei einigen Körpern  $\varphi + \psi$  negativ ist, so folgt daraus ein negativer Werth von  $u$ ; nach der Angabe Jamin's findet dies bei den Körpern statt, deren Brechungsexponent kleiner als 1,46 ist. Cauchy hat für  $p$  den Werth  $\varepsilon \sin \alpha$  gesetzt, wenn  $\varepsilon$  eine constante Gröfse ist, und hat eine ziemliche Uebereinstimmung mit der Erfahrung gefunden. Endlich zeigt ein Blick auf die obigen Gleichungen IV, dafs sie auch dann reell bleiben, wenn man die Wellenlängen  $\lambda''$ ,  $\lambda'$ , statt sie imaginär zu setzen, als sehr grofs, also auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Schwingungen im Verhältnifs zu der der transversalen als sehr bedeutend annimmt, so dafs dieselben schon bei äufserst geringer Abweichung von der senkrechten Incidenz durch eine Art totaler Reflexion eine Phasen-



änderung bewirken. Bei dieser Annahme bliebe nämlich alles dasselbe, ausgenommen dafs

$$m'' = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\sin^2 \alpha \lambda_{''}^2}}, \quad m' = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\sin^2 \alpha \lambda_{'''}^2}}$$

zu setzen wäre. Für  $p$  erhielte man dadurch, wenn die höheren Potenzen der sehr kleinen Verhältnisse  $\frac{\lambda^2}{\lambda_{''}^2}$  und  $\frac{\lambda^2}{\lambda_{''' }^2}$  vernachlässigt würden,  $p = \frac{\lambda_{''}^2 - \lambda_{''' }^2}{\lambda_{''}^2 + \lambda_{''' }^2}$  einen von dem Winkel  $\alpha$  unabhängigen Werth.

Diese drei verschiedenen Voraussetzungen für den Werth von  $p$ , nämlich die oben abgeleitete  $\frac{2u \sin \alpha}{t \sqrt{t^2 + \sin^2 \alpha}}$ , die Cauchy'sche  $p = \varepsilon \sin \alpha$  und die aus der wellenförmigen Fortpflanzung der longitudinalen Schwingungen gefolgerte habe ich mit den Versuchen von Jamin über den Phasenunterschied, besonders mit denen am Realgar, verglichen. Die erste gab als mittleren Fehler dieser Versuche 0,0075, die zweite 0,0080, die dritte 0,0096, indem die kleinsten Summen der Fehlerquadrate waren: 0,001604; 0,001837 und 0,002663; allerdings keine sehr entscheidende Verschiedenheit. Da aber eine bedeutende elliptische Polarisirung nur bei sehr wenig verschiedenen Werthen von  $\alpha$  eintritt, so war gar nicht zu hoffen, dafs die Abhängigkeit der Gröfse  $p$  von  $\alpha$  sehr bestimmt hervortreten würde. Nach den Versuchen aber müssen wir wohl annehmen, dafs die erste Voraussetzung der Erfahrung am besten entspreche (für Realgar waren die wahrscheinlichsten Werthe von  $\lg \left( \frac{2u}{t} \right)$ : 9,2014 und von  $\lg t$ , freilich mit sehr grofser Unsicherheit, 0,2845), dafs die Cauchy'sche Annäherungsformel, wenn sie auch nicht als vollständig genau gelten kann, doch auch keine bedeutende Abweichung ergebe. Die Annahme, dafs  $p$  constant sey, dafs also die longitudinalen Schwingungen sich wie die transversalen wellenförmig, nur viel schneller fortpflanzen, behält wenig Wahrscheinlichkeit; weil sie aber nicht im Stande ist, die Holtzmann'schen Versuche über die Beu-

gung zu erklären, wie wir später sehen werden, so habe ich sie ganz verwerfen zu müssen geglaubt.

Setzen wir in den Gleichungen IV  $p = 0$ , so wird

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \alpha')}{\operatorname{tg}(\alpha + \alpha')} \text{ und}$$

$$\frac{(\sin \varphi + \psi)}{\sin \psi} = \frac{\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin(\alpha + \alpha') \cos(\alpha - \alpha')}$$

und man erhält die Gleichungen von Fresnel.

Es ist hier wohl auch der Ort, eine mehrfach ausgesprochene Meinung zu widerlegen, daß nämlich Haughton mit Hülfe der Green'schen Bewegungsgleichungen des Aethers zu Formeln gekommen sey, welche, von den Cauchy'schen wesentlich verschieden, sich dennoch den Versuchen von Jamin ebenso genau anschließen. Denn erstens sind jene Formeln, wenn man von besonderen Annahmen absieht, welche abweichend von Cauchy gemacht werden, identisch mit den Cauchy'schen; zweitens aber stehen sie eben wegen jener besonderen Annahme in vollständigem Widerspruche mit den Versuchen. Die eine jener Annahmen, daß sich die longitudinalen Schwingungen wellenförmig fortpflanzen, haben wir schon oben untersucht; die andere aber, daß sich die Wellenlängen derselben, oder mit Cauchy zu reden, die reciproken Absorptionscoefficienten in zwei Medien, wie die Längen der Transversalwellen verhalten, ist durchaus unhaltbar. Im Uebrigen fallen Haughton's Gleichungen vollkommen mit den obigen zusammen. Er findet nämlich <sup>1)</sup> als Phasenunterschied des in der Einfallsebene und senkrecht dazu polarisiten Lichtes  $e_i - e_r$ ; für  $\cot e$  aber  $Q(\mu^2 \cot i + \cot r)$ ; für  $\cot e_r - Q(\mu^2 \cot i - \cot r)$ ; wo  $\mu$  der Brechungsindex,  $i$  der Einfallswinkel,  $r$  Brechungswinkel ist; so daß man wegen  $\sin i = \mu \sin r$  auch setzen kann:

$$\operatorname{tg} e = \frac{\operatorname{tg}(i - r)}{Q(\mu^2 - 1)} \quad \operatorname{tg} e_r = \frac{-\operatorname{tg}(i + r)}{Q(\mu^2 - 1)}.$$

Statt  $e$  und  $e_r$  haben wir früher  $180^\circ + \varphi$  und  $180^\circ - \psi$

1) *Phil. Mag. Ser. IV, Vol. VI, p. 81.*

gesetzt;  $\frac{1}{Q(\mu^2-1)}$  ist aber nach Gleichung 3) der Haughton'schen Abhandlung  $\frac{\mu^2-1}{\sqrt{1-\mu^2\varepsilon^2}+\mu^2\sqrt{1-\varepsilon^2}}$  oder, wenn man den Bruch reducirt  $\frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}-\sqrt{1-\mu^2\varepsilon^2}}{1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\sqrt{1-\mu^2\varepsilon^2}}$ .

$\varepsilon$  und  $\mu\varepsilon$  sind vorher als die Werthe von  $\frac{c}{gl}$  und  $\frac{c}{g'l'}$ ,  $g$  und  $g'$  als die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der longitudinalen Wellen in beiden Medien d. h. als  $\frac{\lambda''}{\tau}$  und  $\frac{\lambda'''}{\tau}$  erklärt, aber die Verschiebung des Aethers im einfallenden Strahl, in Gleichung 7), der Kreisfunction  $\sin(ax+by+ct+e)$  proportional gesetzt. Nach der Bezeichnung unserer früheren Gleichungen würden demnach  $\varepsilon$  und  $\mu\varepsilon$  mit  $\frac{\lambda}{\sin \alpha \lambda''}$  und  $\frac{\lambda}{\sin \alpha \lambda'''}$ ,  $\frac{1}{Q(\mu^2-1)}$  mit dem Werthe von  $p$  zusammenreffen, den wir oben unter der Annahme einer wellenförmigen Fortpflanzung der longitudinalen Schwingungen abgeleitet haben. Ich sage »sie würden damit zusammenreffen,« wenn nicht Haughton und vor ihm Green hier die weitere Annahme machten, dafs sich  $\frac{c}{gl}$  und  $\frac{c}{g'l'}$  oder  $\lambda''$  und  $\lambda'''$  wie 1 zu  $\mu$  verhalten, wodurch denn die obige Formel für  $p$ , die sonst leidlich mit den Versuchen übereinstimmt, absolut unvereinbar damit wird. Green hat nämlich wirklich, indem er die Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Schwingungen, welche jedenfalls sehr grofs angenommen werden mufs, unendlich, also  $\varepsilon = 0$  setzte, für  $Q$  den Werth  $\frac{\mu^2+1}{(\mu^2-1)^2} = 0,278$  berechnet. Ueber diesen Werth sagt Haughton selbst p. 83: »A few trials convinced me that the coefficient  $Q$ , as defined by equation (1), would never represent the observations« und später: »If, instead of supposing  $g$  and  $g'$  to be infinite, we merely suppose them to be very great, compared with  $\gamma$  and  $\gamma'$ , we shall obtain expressions containing an additional constant, and which therefore can be reconciled in the most satisfactory manner with observation«. Er leitet also einen Werth für

$Q$  ab, der sehr gut mit den Beobachtungen übereinstimmt, nämlich  $Q = 2,55$ . Aber ein Blick auf die Formel Haughton's zeigt, daß diese »sehr befriedigende Uebereinstimmung« nur ein Schein ist. Denn  $Q = \frac{\sqrt{1-\mu^2\varepsilon^2} + \mu^2\sqrt{1-\varepsilon^2}}{(\mu^2-1)^2}$  erhält seinen größten Werth für  $\varepsilon = 0$ , eben den obigen 0,278; es kann also jedenfalls nie, welchen Werth wir auch  $\varepsilon$  beilegen, gleich 2,55 werden. Es wird dies hoffentlich genügen, um den ganzen Ausspruch von Haughton zu beseitigen, und zu zeigen, daß nur die Cauchy'schen Formeln bis jetzt im Stande waren, die Versuche von Jamin darzustellen; nur werden wir in diesen Formeln, um die höchste Genauigkeit zu erreichen, für  $p$  nicht den Werth  $\varepsilon \sin \alpha$  setzen dürfen, sondern die Gleichungen  $p = v \cos w$ ;  $\operatorname{tg} w = \frac{t}{\sin \alpha}$ .

#### Totale Reflection.

Wird auch hier wieder  $\sin \alpha' = \frac{\sin \alpha \lambda'}{\lambda}$  größer als die Einheit, so wird  $\cos \alpha'$  imaginär und die Gleichungen IV verlieren ihre Gültigkeit. Es ist leicht, für diesen Fall, der nur bei der Reflection an einem optisch weniger dichteren Medium eintritt, die gültigen Gleichungen aufzustellen, wenn man zu den Gleichungen III zurückgeht, in denselben aber, um aus der complexen Form  $a + b\sqrt{-1}$  die Form  $a - b\sqrt{-1}$  zu erhalten, nicht bloß  $-\alpha''$  und  $-\alpha''$  statt  $\alpha''$  und  $\alpha''$ , sondern auch  $180 - \alpha'$  statt  $\alpha'$  setzt. Da das weitere Verfahren schon aus der früheren Behandlungsweise einleuchtet, so ist es wohl erlaubt, hier sogleich das Resultat hinzuschreiben. Setzt man nämlich wieder

$$m_{\alpha} = \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\sin^2 \alpha t_{\alpha}^2}}, \quad m'' = \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\sin^2 \alpha t''^2}}, \quad p = \frac{m' - m_{\alpha}}{m'' m_{\alpha} - 1},$$

ferner

$$m_{\alpha} = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda'^2 \sin^2 \alpha}} \quad \text{und} \quad \operatorname{tgr} = \frac{m' + p(\cos^2 \alpha + m'^2 \sin^2 \alpha)}{(1 - m'^2) \cos \alpha \sin \alpha}$$

so erhält man:

$$\left. \begin{aligned}
 \left[ \frac{\xi}{\eta} \right] &= \cos 2\pi \left( \frac{-x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \theta}{\tau} - \frac{r}{\pi} \right) \left[ \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right] \\
 \left[ \frac{\xi_{''}}{\eta_{''}} \right] &= 2 \frac{m'^2 - 1}{m'^2 - m_{''}^2} \cdot \frac{\cos^2 \alpha + m'^2 \sin^2 \alpha}{1 - m'^2} p \cdot \frac{\cos r}{\sin \alpha} e^{\frac{2\pi x \sin \alpha m_{''}}{\lambda}} \\
 &\quad \times \left[ \frac{m_{''} \cos}{-\sin} \right] 2\pi \left( \frac{y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \theta}{\tau} - \frac{r}{2\pi} \right) \\
 \left[ \frac{\xi'}{\eta'} \right] &= \frac{2 \cos r}{\sin \alpha (1 - m'^2)} e^{\frac{-2\pi x \sin \alpha m'}{\lambda}} \\
 &\quad \times \left[ \frac{\cos}{+m' \sin} \right] 2\pi \left( \frac{y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \theta}{\tau} - \frac{r}{2\pi} \right) \\
 \left[ \frac{\xi'''}{\eta'''} \right] &= 2 \frac{m''^2 - 1}{m''^2 - m_{'''}^2} \cdot \frac{\cos^2 \alpha + m''^2 \sin^2 \alpha}{1 - m''^2} p \cdot \frac{\cos r}{\sin \alpha} e^{\frac{-2\pi x \sin \alpha m''}{\lambda}} \\
 &\quad \times \left[ \frac{-m'' \cos}{-\sin} \right] 2\pi \left( \frac{y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \theta}{\tau} - \frac{r}{2\pi} \right)
 \end{aligned} \right\} \text{V.}$$

Da  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\xi_{''}$ ,  $\eta_{''}$  dem dichteren Medium angehören, so beziehen sich natürlich auch  $\lambda$ ,  $l_{''}$  auf das dichtere,  $\lambda'$ ,  $l'$  auf das dünnere Medium. Jamin hat durch Versuche den Gangunterschied zwischen dem in der Einfallsebene und senkrecht dazu polarisirten Lichte nach der totalen Reflexion untersucht, und auch hier die Theorie vollkommen bestätigt gefunden. Dieser Gangunterschied ist  $2(r - \rho)$ , und führt man aus III den Werth von  $\rho$  ein, so erhält man:

$$\operatorname{tg}(r - \rho) = \operatorname{cotg} \alpha \left( \frac{m' + p}{1 + p m'} \right)$$

oder annähernd, weil  $p$  sehr klein ist:

$$\operatorname{tg}(r - \rho) = \operatorname{cotg} \alpha [m' + p(1 - m'^2)]$$

nicht, wie Cauchy irrthümlich angiebt,  $\operatorname{cotg} \alpha (m' + p)$ , ein Irrthum, den schon Beer <sup>1)</sup> berichtigt hat.

#### Beugung durch ein Gitter.

Wir kommen jetzt zu dem Falle, welcher Gegenstand der Versuche von Stokes und Holtzmann und zugleich

1) Pogg. Ann. Bd. 91, S. 274.

die Veranlassung zu der gegenwärtigen Arbeit war. Cauchy hat diesen Fall nicht behandelt; es ist aber möglich, mit Hülfe der von ihm aufgestellten Grundsätze zu Gleichungen zu gelangen, die sich, wie ich in meinem vorigen Aufsatz nachgewiesen habe, den Versuchen hinreichend anschließen. Wir nehmen an, es komme ein ebenes Wellensystem an die Gränzfläche zweier Medien, und werde daselbst durch die gleichweit von einander abstehenden Spalten eines Gitters, welche senkrecht zur Einfallsebene seyn mögen, theilweise durchgelassen, theilweise reflectirt. Die kleinen Zwischenräume aber zwischen zwei Spalten eines Gitters, das durch Rufs, durch Einritzen etc. bewirkt seyn mag, denken wir uns der Einfachheit wegen von solcher Beschaffenheit, daß sie das auffallende Licht weder durchlassen noch reflectiren, also vollkommen der Wahrnehmung entziehen; in Wirklichkeit könnte dies erreicht werden, wenn sie es nach allen Richtungen dispergiren; für das gebrochene Licht würden unsere Resultate schon gelten, wenn diese Zwischenräume das auffallende Licht nicht durchlassen.

Schwingt das unter dem Winkel  $\alpha$  einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene, so kann man seine Bewegung, ehe sie an das Gitter gelangt, ausdrücken, durch

$$\zeta = \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \phi}{\tau} \right)$$

Wir rechnen die  $y$ -Coordinationen von der Mitte einer der Spalten an, setzen ferner den Abstand zweier aufeinanderfolgenden Mittellinien der Spalten gleich  $d$ , die Breite eines Spaltes  $b$ , also die Breite eines Zwischenraumes  $d - b$ ; und haben nun zu untersuchen, welche verschiedene Wellensysteme an der Gränzfläche entstehen. Betrachten wir zuerst das Licht, das durch gewöhnliche Brechung ohne Beugung erhalten wird, so ist die Amplitude des einfallenden Lichtes, welche dasselbe an der Gränzfläche veranlaßt, für alle Werthe von  $y$ , welche zwischen  $nd - \frac{b}{2}$  und  $nd + \frac{b}{2}$  liegen, wenn  $n$  eine beliebige ganze Zahl ist, in einer Länge  $b$  der Einheit gleich, für alle Werthe zwischen  $nd + \frac{b}{2}$  und

$(n+1)d - \frac{b}{2}$ , also in einer Länge  $d - b$ , Null. Die Amplitude des gebrochenen Lichtes wird also in etwas größerer Entfernung, wenn die Höhe der Welle sich ausgeglichen hat, sich so verhalten, als wäre die Amplitude des einfallenden eine mittlere oder  $\frac{b}{d}$  gewesen; im Uebrigen aber werden die Erscheinungen denselben Gesetzen folgen, die wir oben abgeleitet haben, so daß es überflüssig scheint, hierbei zu verweilen.

Anders verhält es sich mit dem gebeugten Lichte. Man kann nämlich statt des obigen Ausdrucks für die Bewegung im einfallenden Lichte setzen:

$$\zeta = \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right) \cos \frac{2\pi y (\sin \alpha - \sin \alpha')}{\lambda} \\ - \sin 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right) \sin \frac{2\pi y (\sin \alpha - \sin \alpha')}{\lambda}$$

Ist nun der Winkel  $\alpha$  so beschaffen, daß  $d (\sin \alpha - \sin \alpha')$  ein Vielfaches von  $\lambda$  ist, so werden, so oft  $y$  um die Breite einer Spalte  $d$  zunimmt, die beiden Coefficienten

$$\cos \frac{2\pi y (\sin \alpha - \sin \alpha')}{\lambda} \text{ und } \sin \frac{2\pi y (\sin \alpha - \sin \alpha')}{\lambda}$$

dieselben Werthe erhalten; da ferner in allen Zwischenräumen das Licht aufgefangen wird, so sind diese Coefficienten jedesmal der Null gleich zu setzen, wenn  $y$  zwischen  $nd + \frac{b}{2}$  und  $(n+1)d - \frac{b}{2}$  liegt. Als mittleren Werth desselben erhält man demnach für jede Spalte.

$$\frac{1}{d} \int_{nd - \frac{b}{2}}^{nd + \frac{b}{2}} dy \cdot \cos \frac{2\pi y (\sin \alpha - \sin \alpha')}{\lambda} \\ \text{und } \frac{1}{d} \int_{nd - \frac{b}{2}}^{nd + \frac{b}{2}} dy \cdot \sin \frac{2\pi y (\sin \alpha - \sin \alpha')}{\lambda}$$

$$\text{oder } \frac{l \cdot \sin \frac{\pi b(\sin a - \sin \alpha)}{t}}{\pi d(\sin a - \sin \alpha)} = A \text{ und Null.}$$

Wenn man nun in derselben Weise wie bei dem direct gebrochenen Lichte in den Werth von  $\zeta$  diese mittleren Werthe einführt, so erhält man:

$$A \cos 2\pi \left( \frac{x \cos a + y \sin a}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right)$$

und sieht demnach, dafs mit dem einfallenden Lichte im zweiten Medium nicht blofs das gewöhnlich gebrochene Licht, sondern auch die Schwingungen eines gebeugten Strahles zusammenstimmen können, der mit der  $x$ -Axe einen Winkel  $\alpha$  bildet, von der Gröfse, dafs  $\frac{\sin \alpha'}{\lambda'} = \sin \frac{\alpha}{\lambda}$  und  $d(\sin a - \sin \alpha)$  ein Vielfaches von  $\lambda$  ist.

In der That folgt aus der Anwendung der Gleichungen:

$$\zeta + \zeta_i = \zeta' \quad \frac{d\zeta}{dx} + \frac{d\zeta'}{dx} = \frac{d\zeta}{dx}$$

wenn man  $\zeta_i = A_i \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i}{\lambda_i} - \frac{t + \vartheta_i}{\tau_i} \right)$  und  $\zeta' = A' \cos 2\pi \left( \frac{x \cos \alpha' + y \sin \alpha'}{\lambda'} - \frac{t + \vartheta'}{\tau'} \right)$  setzt, dafs  $\tau = \tau_i = \tau'$ ,  $\lambda = \lambda_i$ ,  $\frac{\sin \alpha}{\lambda} = \frac{\sin \alpha_i}{\lambda_i} = \frac{\sin \alpha'}{\lambda'}$  und  $\alpha_i = 180 - \alpha$  seyn mufs, ferner die Gleichungen

$$A \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta + A_i \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta_i = A' \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta'$$

$$A \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta \frac{\cos a}{\lambda} - A_i \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta_i \frac{\cos \alpha}{\lambda} = A' \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \vartheta' \frac{\cos \alpha'}{\lambda'}$$

und endlich  $\vartheta = \vartheta_i = \vartheta'$ ;

$$A_i = A \cdot \frac{\cos a \sin \alpha' - \sin a \cos \alpha'}{\sin(\alpha + \alpha')}; \quad A' = A \frac{(\cos a + \cos \alpha) \sin \alpha'}{\sin(\alpha + \alpha')} \quad \text{VI.}$$

Erfolgen die Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene, so sind die Gleichungen des einfallenden Lichtes:

$$\xi = \cos 2\pi \left( \frac{x \cos a + y \sin a}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right) \sin a \text{ und}$$

$$\eta = -\cos 2\pi \left( \frac{x \cos a + y \sin a}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right) \cos a.$$



Um die Beugung des Lichtes nachzuweisen, setzen wir wieder, wenn  $d(\sin a - \sin \alpha)$  ein Vielfaches von  $\lambda$  ist, statt

$$\cos 2\pi \left( \frac{x \cos a + y \sin a}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right)$$

den mittleren Werth:

$$A \cos 2\pi \left( \frac{x \cos a + y \sin a}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right).$$

Wegen der vier hier geltenden Bedingungsgleichungen, erhalten wir, mit Beibehaltung der früheren Bezeichnungen

$$\tau = \tau_i = \tau' = \tau_{ii} = \tau''; \lambda_i = \lambda; \frac{\sin a}{\lambda} = \frac{\sin \alpha}{\lambda} = \frac{\sin \alpha'}{\lambda'} = \frac{\sin \alpha_{ii}}{\lambda_{ii}} = \frac{\sin \alpha''}{\lambda''} \text{ und endlich}$$

$$1) \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta A \sin a + \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i A_i \sin \alpha_i + \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_{ii} A_{ii} \cos \alpha_{ii} \\ = \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta' A' \sin \alpha' + \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta'' A'' \cos \alpha''$$

$$2) \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta A \cos a - \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i A_i \cos \alpha_i - \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_{ii} A_{ii} \sin \alpha_{ii} \\ = \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta' A' \cos \alpha' - \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta'' A'' \sin \alpha''$$

$$3) \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta A \frac{\cos a \sin a}{\lambda} - \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i A_i \frac{\cos \alpha_i \sin \alpha_i}{\lambda} + \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_{ii} A_{ii} \frac{\cos^2 \alpha_{ii}}{\lambda_{ii}} \\ = \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta' A' \frac{\cos \alpha' \sin \alpha'}{\lambda'} + \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta'' A'' \frac{\cos^2 \alpha''}{\lambda''}$$

$$4) \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta A \frac{\cos^2 a}{\lambda} + \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i A_i \frac{\cos^2 \alpha_i}{\lambda} - \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_{ii} A_{ii} \frac{\cos \alpha_{ii} \sin \alpha_{ii}}{\lambda_{ii}} \\ = \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta' A' \frac{\cos^2 \alpha'}{\lambda'} - \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta'' A'' \frac{\cos \alpha'' \sin \alpha''}{\lambda''}.$$

1) mit  $\frac{\sin \alpha}{\lambda}$  multiplicirt und zu 4) addirt, ferner 2) mit  $\frac{\sin \alpha}{\lambda}$  multiplicirt und von 3) subtrahirt, giebt die Gleichungen:

$$\left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta A \frac{1 - (\sin a - \sin \alpha) \sin a}{\lambda} + \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta_i \frac{A_i}{\lambda_i} = \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta' \frac{A'}{\lambda'};$$

$$\left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta A \frac{\cos a}{\lambda} (\sin a - \sin \alpha) + \vartheta_{ii} \frac{A_{ii}}{\lambda_{ii}} = \left[ \begin{smallmatrix} \cos \\ \sin \end{smallmatrix} \right] \vartheta'' \frac{A''}{\lambda''}.$$

Diese hat man in 1) und 2) einzuführen, und erhält  $\vartheta = \vartheta'$ ,  
 $= \vartheta' = \vartheta'' = \vartheta''$ ; zugleich aber für  $A'$  den Werth:

$$\frac{A' \sin(\alpha + \alpha') \cos(\alpha' - \alpha + \alpha'' + \alpha'')}{(\cos \alpha + \cos \alpha') \sin \alpha' \cos(\alpha'' + \alpha'')} = A \left[ 1 + \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha - \alpha}{2} \right) (\sin \alpha \cos \alpha \right. \\ \left. + \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha'' \sin \alpha''}{\sin \alpha \cos(\alpha'' + \alpha'')} - \operatorname{tg}(\alpha'' + \alpha'') \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha - \alpha}{2} \right) (1 + \sin \alpha \sin \alpha) \right].$$

Es wird hier wieder  $\sin \alpha''$  und  $\sin \alpha''$  imaginär, weil  
 $\lambda'' = \frac{l''}{\sqrt{-1}}$  und  $\lambda'' = \frac{l''}{\sqrt{-1}}$  ist; und wie oben müssen die  
 Kreisfunctionen durch imaginäre Potenzen ersetzt werden;  
 gebraucht man aber die früheren Werthe von  $p$  und  $\operatorname{tg} \varphi$ , so  
 ist die Intensität des gebrochenen Strahles oder  $i^2$  durch  
 folgende Gleichung bestimmt:

$$\text{VII a)} \quad \frac{i^2 \sin^2(\alpha' + \alpha) \cos^2(\alpha - \alpha')}{A^2 \sin^2 \alpha' \cos^2 \varphi (\cos \alpha + \cos \alpha')^2} = \left( 1 + \cos \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha - \alpha}{2} \right. \\ \left. + \cos \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha - \alpha}{2} \right) \cdot \frac{l'' l''}{\lambda^2} \sqrt{1 - p^2} \right)^2 \\ + p^2 \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\alpha - \alpha}{2} \right) (1 + \sin \alpha \sin \alpha)^2.$$

Für die Veränderung der Phase im gebrochenen Strahle  
 erhält man dagegen  $\varphi - \chi$ , wo

$$\text{VII b)} \quad \operatorname{tg} \chi = \frac{p(1 + \sin \alpha \sin \alpha)}{\cot \left( \frac{\alpha - \alpha}{2} \right) + \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha \cdot \frac{l'' l''}{\lambda^2} \sqrt{1 - p^2}}$$

Ich halte es nicht für nöthig, auch die Gleichungen für  
 die übrigen Wellensysteme zu entwickeln; in den obigen  
 Gleichungen kann man aber  $p$ , welches bei allen Körpern,  
 insbesondere beim Glase, nach den Versuchen von Jamin  
 sehr klein ist, vernachlässigen, und erhält dann für die Ver-  
 änderung der Phase Null, für die Intensität:

$$\frac{i \sin(\alpha' + \alpha) \cos(\alpha - \alpha')}{A \sin \alpha' (\cos \alpha + \cos \alpha')} = 1 + \cos \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha - \alpha}{2} \\ + \cos \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha - \alpha}{2} \right) \frac{l'' l''}{\lambda^2}.$$

Das Verhältniß der Intensitäten des in der Einfallsebene  
 und senkrecht dazu schwingenden Lichtes ist also, wenn  
 man Gleichung VI vergleicht

$$\text{VII c) } \frac{i}{A'} = \frac{1 + \cos \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha - \alpha'}{2} \right) + \cos \alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha - \alpha'}{2} \right) \frac{l''}{\lambda^2}}{\cos(\alpha - \alpha')}$$

In dieser Formel drücken  $\frac{\lambda}{l'}$  und  $\frac{\lambda}{l''}$  die Schnelligkeit aus, mit welcher die Intensität der longitudinalen Schwingungen bei der Entfernung von der Gränzfläche in Glas und Luft abnimmt,  $\lambda$  die Wellenlänge im Glase. Wir erhalten aus derselben die Gleichung des vorigen Aufsatzes für den Fall, daß der einfallende Lichtstrahl senkrecht zur Gränzfläche ist, wenn wir  $\alpha = 0$  setzen:

$$\frac{i}{A'} = \frac{1 + 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \frac{l''}{\lambda^2}}{\cos(\alpha - \alpha')},$$

und bildet die Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes mit der Ebene, welche den einfallenden und gebeugten Strahl enthält, den Winkel  $\gamma'$ , so ist

$$\operatorname{tg} \gamma' = \frac{\operatorname{tg} \gamma \cos(\alpha - \alpha')}{1 + 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \frac{l''}{\lambda^2}}.$$

Nach der Theorie von Stokes hätte diese Gleichung heißen müssen:

$$\operatorname{tg} \gamma' = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\cos \alpha},$$

was den Holtzmann'schen Versuchen widerspricht. Es ist aber bemerkenswerth, daß in dem Falle, wo die Richtung des einfallenden Lichtstrahls zwar schief gegen die Austrittsfläche, die des gebeugten aber senkrecht dazu ist, eben jenes von Stokes ausgesprochene Gesetz gilt, daß die Schwingungsebene des gebeugten Strahles den Schwingungen des einfallenden parallel ist. Der Werth von  $i$  wird nämlich in diesem Falle  $\frac{\lambda'}{\lambda + \lambda'} (1 + \cos \alpha) \cos \alpha$ , der Werth von  $A'$  wird  $\frac{\lambda'}{\lambda + \lambda'} (1 + \cos \alpha)$ ; also

$$\operatorname{tg} \gamma' = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\cos \alpha}.$$

Weil sich der Einfluß der longitudinalen Schwingungen bei den Beugungsversuchen geltender macht, so geben die-

selben trotz der weit geringeren Schärfe ein besseres Mittel ab, die Beschaffenheit von jenen zu untersuchen, als die Versuche, durch welche Jamin die Cauchy'schen Gleichungen bewahrheitet hat. Es ist deshalb hier zugleich Gelegenheit geboten, eine Entscheidung über die Frage zu geben, welche wir vorher, wenigstens theilweise, offen lassen mußten, ob nämlich bei einer gegebenen Schwingungsdauer die longitudinalen Schwingungen während der Fortpflanzung eine periodische oder eine in geometrischer Progression abnehmende Bewegung zeige; analytisch ausgedrückt, ob ihre Wellenlänge reell oder imaginär sey. Wie früher bleiben die unter der zweiten Annahme erhaltenen Gleichungen auch für die erste Annahme reell; die Veränderung der Schwingungsrichtung durch die Beugung wird aber, wenn die Wellenlängen reell, gleich  $\lambda_{\text{„}}$  und  $\lambda''$  sind, durch die Gleichung bestimmt:

$$\operatorname{tg} \gamma' = \operatorname{tg} \gamma \frac{\cos(\alpha - \alpha')}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\lambda_{\text{„}} \lambda''}{\lambda^2} - 1}.$$

Eine Vergleichung dieser Formel, in welcher nach dem Früheren  $\frac{\lambda_{\text{„}} \lambda''}{\lambda^2}$  sehr groß angenommen werden muß, mit den Versuchen von Holtzmann, zeigt sogleich ihre Unhaltbarkeit, und verweist uns also mit Nothwendigkeit auf die im Vorigen zu Grunde gelegte Voraussetzung über die longitudinalen Schwingungen.

#### Metallreflection.

Cauchy hat seine Formeln für die Reflection des Lichtes an Metallen ohne Beweis gegeben, und dieser Beweis ist seitdem nicht in genügender Weise ergänzt worden; obgleich gerade die Uebereinstimmung dieser Formeln mit Versuchen, welche Jamin angestellt hat, eine Ableitung derselben aus den allgemeinen Principien Cauchy's zu verlangen scheint, welche dadurch eine neue Stütze erhalten könnten.

Die besondere Voraussetzung, welche hier gemacht wird, ist ein unmittelbares Ergebniss der Erfahrung, nämlich dafs

die Schwingungen des Aethers in Metallen sehr rasch abnehmen, und zwar in geometrischer Progression, da ja die Intensität derselben auf gleiche Wegstrecken sich nothwendig in gleichem Verhältnisse vermindern mufs. Daraus folgt, dafs unter den in metallischen Körpern vorhandenen Bedingungen sich solche Wellen fortpflanzen können, bei denen in einer Entfernung  $\varrho$  von einer Anfangswelle die Ausbeugung  $A \cos u (\varrho - r) e^{-v\varrho}$  ist; sie werden aber nicht aufhören, jenen Bedingungen zu genügen, wenn das Gesetz ihrer Fortpflanzung noch allgemeiner durch die Formel

$$A e^{(u+v\sqrt{-1})(\varrho-r)\sqrt{-1}} \text{ oder} \\ A e^{2\pi \frac{(\varrho-r)}{\lambda} \vartheta e^{\varepsilon} \sqrt{-1}}$$

ausgesprochen werden kann. Hier ist  $\lambda$  die Wellenlänge in der Luft,  $\vartheta \cos \varepsilon$  und  $\vartheta \sin \varepsilon$  drücken für eine ebene in dem Metalle fortschreitende Welle, erzeugt durch senkrecht darauf einfallendes Licht, ersteres das Verhältnifs der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft und Metall, letzteres den Absorptionscoefficienten für das Metall aus. In dem aufgestellten Gesetze, welchem alle Transversalwellen, die sich in Metallen fortpflanzen, genügen müssen, und welches von dem für durchsichtige Mittel nur dadurch verschieden ist, dafs der Brechungsexponent  $\frac{\lambda}{\lambda'}$  hier durch die complexe Gröfse  $\vartheta e^{\varepsilon} \sqrt{-1}$  ersetzt ist, müssen bei der Brechung ebener Wellen durch Metalle die Constanten nur noch so bestimmt werden, dafs sie an der Gränzfläche mit den übrigen Wellensystemen vermöge der Gränzbedingungen im Einklange stehen. Die longitudinalen Schwingungen werden hier keine besondere Schwierigkeit bieten, da sie ja schon in durchsichtigen Medien in geometrischer Progression abnehmen, also in Metallen höchstens eine vermehrte Absorption erfahren.

Wir sehen daraus, dafs man schneller zu den Resultaten der für diesen Fall anzustellenden Rechnung gelangen kann, wenn man die früher erhaltenen Gleichungen für die

Spiegelung und Brechung zu Hülfe nimmt, und, weil hier ganz dieselben Verhältnisse statt haben, ausgenommen, daß der reelle Brechungsexponent hier durch die Gröſſe  $\vartheta e^{\varepsilon\sqrt{-1}}$  vertreten ist, diesen complexen Werth in jene Gleichungen einführt. Weil hierdurch dieselben aufhören reell zu seyn, so haben wir wieder, wie früher, die Kreisfunctionen durch imaginäre Potenzen zu ersetzen.

Nehmen wir also zuerst an, die Schwingungen erfolgen senkrecht zur Einfallsebene, so ergeben die Gleichungen I) für das reflectirte Licht, das wir hier allein untersuchen, weil sich nur auf dieses die vorhandenen Beobachtungen beziehen,

$$\zeta_1 = \frac{\sin(\alpha' - \alpha)}{\sin(\alpha' + \alpha)} \cdot \cos 2\pi \left( \frac{-x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right)$$

$\sin \alpha'$  ist hier  $= \frac{\sin \alpha \lambda'}{\lambda} = \frac{\sin \alpha}{\vartheta} e^{-\varepsilon\sqrt{-1}}$  zu setzen,

$$\cos \alpha' = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha e^{-2\varepsilon\sqrt{-1}}}{\vartheta^2}} = c e^{u\sqrt{-1}}$$

wenn wir  $c^2 \cos 2u = 1 - \frac{\sin^2 \alpha \cos 2\varepsilon}{\vartheta^2}$ ;  $c^2 \sin 2u = \frac{\sin^2 \alpha \sin 2\varepsilon}{\vartheta^2}$

also  $\cot(2u + \varepsilon) = \cot \varepsilon \cos 2 \arctg \left( \frac{\sin \alpha}{\vartheta} \right)$  annehmen.

Führt man diese Werthe in  $\frac{\sin(\alpha' - \alpha)}{\sin(\alpha' + \alpha)}$  ein, so erhält man

$$m = \frac{1 - \frac{c\vartheta}{\cos \alpha} e^{(\varepsilon + u)\sqrt{-1}}}{1 + \frac{c\vartheta}{\cos \alpha} e^{(\varepsilon + u)\sqrt{-1}}}$$

Um aus diesem complexen Ausdrucke die Intensität zu berechnen, müssen wir, analog wie früher, die Form desselben  $a + b\sqrt{-1}$  dadurch in die Form  $a - b\sqrt{-1}$  verwandeln, daß wir den imaginären Gröſſen das entgegengesetzte Zeichen beilegen. Nennt man den so berechneten Ausdruck  $\mu$ , so ist

$$\mu = \frac{1 - \frac{c\vartheta}{\cos \alpha} e^{-(\varepsilon + u)\sqrt{-1}}}{1 + \frac{c\vartheta}{\cos \alpha} e^{-(\varepsilon + u)\sqrt{-1}}}$$

Die Intensität des reflectirten Lichtes  $I^2$  ist  $= m\mu$ , setzen wir also  $I^2 = \operatorname{tg}(f - 45^\circ)$ , so ist:

$$\cot f = \cos(\varepsilon + u) \sin 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{\cos \alpha}{c \vartheta} \right) \quad \text{VIII a.}$$

Die Veränderung der Phase  $d$  wird bestimmt durch den Bogen, dessen Tangente  $\frac{b}{a}$  ist, oder es ist ebenso wie früher

$$\operatorname{tg} d = \frac{m - \mu}{(m + \mu)\sqrt{-1}} = \sin(\varepsilon + u) \operatorname{tg} 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{\cos \alpha}{c \vartheta} \right).$$

Ebenso kann man die Gleichungen für den Fall berechnen, wo die Schwingungen in der Einfallsebene erfolgen; Cauchy hat jedoch auf die hier auftretenden longitudinalen Schwingungen keine Rücksicht genommen, weil ihr Einfluss auch bei durchsichtigen Körpern fast immer nur gering ist. Setzen wir also mit ihm die früher gebrauchte Gröfse  $p = 0$ , so haben wir in der Formel, welche wir oben (unter den Gleichungen IV) für das reflectirte Licht berechnet haben

$$\left[ \frac{\zeta'}{\eta} \right] = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} \cdot \cos 2\pi \left( \frac{-x \cos \alpha + y \sin \alpha}{\lambda} + \frac{\varphi + \psi}{2\pi} - \frac{t + \vartheta}{\tau} \right) \left[ \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right]$$

$\varphi$  und  $\psi$  der Null gleich zu setzen, und  $\frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$  wird  $\frac{\operatorname{tg}(\alpha - \alpha')}{\operatorname{tg}(\alpha + \alpha')}$ .

Dieser Ausdruck für die Amplitude der Schwingungen wird wieder durch die Einführung der obigen Werthe von  $\sin \alpha'$  und  $\cos \alpha'$  imaginär gleich  $m$ . Wir erhalten also die Intensität  $I^2$  des reflectirten Lichtes, wenn wir wie vorher zuerst  $\mu$  aus dem imaginären Ausdrucke  $m$  ableiten; und  $J^2 = m\mu$  setzen.

$$m \text{ ist } = \frac{1 - \frac{\vartheta \cos \alpha}{c} e^{(\varepsilon - u)\sqrt{-1}}}{1 + \frac{\vartheta \cos \alpha}{c} e^{(\varepsilon - u)\sqrt{-1}}}; \quad \mu = \frac{1 - \frac{\vartheta \cos \alpha}{c} e^{-(\varepsilon - u)\sqrt{-1}}}{1 + \frac{\vartheta \cos \alpha}{c} e^{-(\varepsilon - u)\sqrt{-1}}}.$$

Und setzen wir  $J^2 = \operatorname{tg}(g - 45^\circ)$ ; die Aenderung der Phase gleich  $d'$ , so ist

$$\text{VIII b)} \quad \cot g = \cos(\varepsilon - u) \sin 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{c}{\vartheta \cos \alpha} \right);$$

$$\operatorname{tg} d' = \frac{l}{\sqrt{-1}} \left( \frac{m - \mu}{m + \mu} \right) = \sin(\varepsilon - u) \operatorname{tg} 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{c}{\vartheta \cos \alpha} \right).$$

Diese Formeln sind mit den von Cauchy gegebenen identisch, nur ist in diesen statt  $\varepsilon + u$  der Buchstabe  $v$ , statt  $c\vartheta$  der Buchstabe  $U$  gebraucht; ich habe aber die obige Bezeichnung beibehalten, nicht blofs, weil man direct dazu gelangt, sondern auch, weil dadurch die Gleichungen für beide Schwingungsrichtungen symmetrischer werden.

Um endlich das Verhältnifs der Amplituden  $\frac{J}{I}$  der beiden senkrecht zu einander polarisirten Lichtmassen, und den Phasenunterschied derselben  $d' - d$  zu berechnen, ist es bequemer, zuerst das Verhältnifs der Amplituden für durchsichtige Mittel oder  $\frac{\cos(\alpha' + \alpha)}{\cos(\alpha' - \alpha)}$  zu nehmen, und darin für  $\frac{\lambda}{\lambda'}$  den complexen Werth  $\vartheta e^{\sqrt{-1}}$  einzuführen. Hier ist:

$$m = \frac{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{c \vartheta \cos \alpha} e^{-(\varepsilon + u) \sqrt{-1}}}{1 + \frac{\sin^2 \alpha}{c \vartheta \cos \alpha} e^{-(\varepsilon + u) \sqrt{-1}}}; \quad \mu = \frac{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{c \vartheta \cos \alpha} e^{(\varepsilon + u) \sqrt{-1}}}{1 + \frac{\sin^2 \alpha}{c \vartheta \cos \alpha} e^{(\varepsilon + u) \sqrt{-1}}}$$

und daraus ergibt sich das Verhältnifs der Intensität durch die Gleichung  $\frac{J^2}{I} = m\mu$ ; der Phasenunterschied  $d' - d$  durch die Gleichung  $\operatorname{tg}(d' - d) = \frac{1}{\sqrt{-1}} \left( \frac{m - \mu}{m + \mu} \right)$ . Setzt man also  $\frac{J}{I} = \operatorname{tg} h$ , so ist;

$$\cos 2h = \cos(\varepsilon + u) \sin 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{\sin^2 \alpha}{c \vartheta \cos \alpha} \right);$$

$$\operatorname{tg}(d' - d) = \sin(\varepsilon + u) \operatorname{tg} 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{\sin^2 \alpha}{c \vartheta \cos \alpha} \right) \quad \text{VIII c.}$$

Die Versuche von Jamin <sup>1)</sup> beziehen sich vorzüglich auf den Haupteinfallswinkel  $A$ , d. h. auf diejenige Incidenz, bei welcher im reflectirten Strahle der Gangunterschied  $d' - d = \frac{\pi}{2}$  ist; und auf das Verhältnifs  $\frac{I}{J} = \operatorname{tg} H$  für diesen Einfallswinkel, wo der Winkel  $H$  das Azimuth der durch Glimmerblättchen wiederhergestellten geradlinigen Polarisation im reflectirten Strahle ist, wenn dasselbe im einfallenden Strahle  $45^\circ$  gegen die Einfallsebene geneigt war.

1) *Ann. de chim. et de phys. T. XXII, p. 317.* (Diese Ann. Bd. 74, S. 528).



Da diese Versuche für mehrere Farben des Spectrums ausgeführt sind, so werde ich zum Schlusse eine Tabelle über die Werthe der Constanten  $\vartheta$  und  $\epsilon$  geben, welche ich aus denselben für die verschiedenen Metalle und die verschiedenen Farben des Spectrums berechnet habe.

Eine andere Reihe von Versuchen, welche Jamin zur Prüfung der Cauchy'schen Gleichungen auch bei anderen Einfallswinkeln über den Phasenunterschied und das Verhältniß der Amplituden angestellt hat <sup>1)</sup>, stimmen zwar ziemlich mit jenen Gleichungen überein, aber doch nicht mit derselben Genauigkeit, wie die Versuche an durchsichtigen Körpern. Es war eine solche Genauigkeit auch gar nicht zu erwarten, weil sich alle diese Versuche auf weißes Licht beziehen und bei verschiedenen Farben die Constanten  $\vartheta$  und  $\epsilon$ , wie die folgende Tabelle zeigt, sehr verschiedene Werthe annehmen. Ebendeshalb aber wäre es wünschenswerth, daß die Versuche mit homogenem Lichte wiederholt würden, um in einem so wichtigen Gebiete endlich die letzte Entscheidung herbeizuführen, und die Richtigkeit der Cauchy'schen Gleichungen zu prüfen. Es wäre nämlich gar nicht unwahrscheinlich, daß dieselben eine Aenderung erleiden müßten, um den Versuchen zu genügen, weil möglicherweise bei der Metallreflection auch die longitudinalen Schwingungen eine Berücksichtigung verlangen könnten; es könnte die Gröfse  $p$ , welche von der Differenz der Absorptionscoefficienten dieser Schwingungen in beiden Medien abhängt, und deshalb bei durchsichtigen Medien sehr klein ist, und sehr wenig Einfluß hat, sehr wohl in ungerem Falle durch die vergrößerte Absorption in den Metallen einen merklichen Werth erhalten. Wollte man deswegen die longitudinalen Schwingungen mit in Rechnung ziehen, so wäre es am bequemsten direct von den Gleichungen III auszugehen, und darin statt  $\frac{\lambda}{\lambda'}$  den Werth  $\vartheta e^{\sqrt{-1}}$ , statt  $\frac{\lambda}{\lambda''}$  und  $\frac{\lambda}{\lambda''}$  ihre imaginären Werthe einzuführen. Ich

1) *Ann. de chim. et de phys. T. XIX, p. 296.* Diese Ann. Erzgd. II, S. 437.)

unterdrücke hier die dafür abgeleiteten Gleichungen, weil, für jetzt wenigstens, die Cauchy'schen Gleichungen als genügend angesehen werden können.

Was nun die Bestimmung der Constanten  $\vartheta$  und  $\varepsilon$  betrifft, so läßt sich dieselbe sehr leicht mit Hülfe der obigen Gleichungen durch den von Jamin gemessenen Haupteinfallswinkel  $A$  und das Azimuth  $H$  ausführen. Ist nämlich  $d' - d = 90^\circ$ , und für diesen Fall  $h = H$ ,  $\alpha = A$ , so muß  $c\vartheta = \sin A \operatorname{tg} A(\varepsilon + u) = 2H$  seyn;

$$\text{ferner } \frac{\operatorname{tg}(\varepsilon - u)}{\operatorname{tg}(\varepsilon + u)} = \frac{\sin 2\varepsilon - \sin 2u}{\sin 2\varepsilon + \sin 2u} = \frac{c^2\vartheta^2 - \sin^2 A}{c^2\vartheta^2 + \sin^2 A} = -\cos 2A.$$

Hieraus kann man  $\varepsilon$  und  $u$  berechnen,  $\vartheta$  aber durch die Gleichung:

$$\vartheta = \sin \alpha \sqrt{\frac{\sin 2(\varepsilon + u)}{\sin 2u}}$$

oder noch besser durch:

$$\vartheta = \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\frac{\cos(\varepsilon + u)}{\cos(\varepsilon - u)}}.$$

	Neuestes Bohl	Mittleres Bohl	Orange	Linie D	Gelb	Linie E	Linie Eb	Linie F	Blau	Indigo	Linie H	Violett	Grenze des Violett
Silber	A	75° 45'	75° 0'	72° 20'	72° 15'	71° 30'	"	69° 34'	68° 11'	67° 30'	66° 12'	"	65° 0'
	H	41 37	40 59	40 9	40 17	40 19	"	39 46	39 55	39 55	39 50	"	39 47
	ε	82 46	81 21	79 15	79 31	79 29	"	77 54	77 58	77 48	77 16	"	76 47
	lg φ	0,5676	0,5414	0,4689	0,4595	0,4283	"	0,3703	0,3374	0,3109	0,2740	"	0,2403
Glockengut	A	75° 16'	74° 15'	73° 28'	73° 22'	72° 20'	71° 33'	71° 21'	70° 47'	70° 1'	70° 2'	70° 11'	69° 31'
	H	29 25	28 46	28 38	28 5	25 31	25 7	23 55	23 26	23 21	23 21	22 31	22 13
	ε	57 1	55 24	55 5	54 24	48 8	48 3	44 34	43 23	42 55	42 55	41 20	40 28
	lg φ	0,5589	0,5262	0,5211	0,5020	0,4724	0,4507	0,4472	0,4327	0,4125	0,4130	0,4186	0,4019
Stahl	A	77° 52'	77° 4'	76° 37'	76° 40'	75° 47'	75° 41'	75° 8'	75° 23'	74° 51'	74° 32'	74° 3'	73° 19'
	H	16 20	16 29	16 33	16 48	17 30	17 31	18 29	19 10	19 38	20 7	20 26	21 12
	ε	31 29	31 37	31 39	32 9	33 19	33 19	35 9	36 28	37 14	38 6	38 35	39 52
	lg φ	0,6621	0,6326	0,6168	0,6183	0,5879	0,5845	0,5659	0,5732	0,5557	0,5453	0,5301	0,5072
Zink	A	75° 45'	75° 11'	74° 54'	74° 27'	73° 43'	73° 14'	72° 32'	71° 45'	71° 24'	71° 18'	70° 49'	70° 4'
	H	15 50	17 9	18 16	18 45	20 0	21 13	22 44	23 36	24 49	25 18	25 50	26 26
	ε	30 4	32 29	34 35	35 24	37 38	39 57	42 38	44 5	46 23	47 19	48 13	49 8
	lg φ	0,5882	0,5687	0,5587	0,5442	0,5117	0,5040	0,4824	0,4589	0,4471	0,4435	0,4291	0,4076
Spiegelaluge	A	76° 45'	76° 14'	74° 36'	74° 7'	73° 35'	73° 27'	73° 4'	72° 1'	71° 22'	71° 56'	71° 22'	70° 42'
	H	29 15	28 37	27 15	27 21	25 52	26 0	26 15	27 15	27 56	28 0	27 56	28 30
	ε	57 37	55 38	52 24	52 27	49 16	49 30	49 53	51 33	52 43	53 4	52 43	53 38
	lg φ	0,6111	0,5930	0,5393	0,5237	0,5090	0,5048	0,4929	0,4605	0,4407	0,4568	0,4407	0,4210

		Roth	Orange	Gelb	Grün	Blau	Indigo	Violet
Kupfer	<i>A</i>	71° 21'	70° 0'	69° 3'	68° 44'	67° 44'	67° 30'	66° 56'
	<i>H</i>	28 22	26 0	21 57	18 7	16 57	16 30	15 57
	$\varepsilon$	53 37	48 17	39 45	32 18	29 45	28 50	27 37
	$\lg \vartheta$	0,4395	0,4067	0,3962	0,3909	0,3698	0,3654	0,3537
Messing	<i>A</i>	71° 31'	70° 27'	69° 38'	68° 19'	66° 11'	65° 35'	64° 16'
	<i>H</i>	29 40	29 3	28 25	27 0	23 23	19 57	17 38
	$\varepsilon$	56 23	54 41	53 2	49 30	41 12	34 22	29 31
	$\lg \vartheta$	0,4421	0,4129	0,3919	0,3604	0,3231	0,3142	0,2872

Aus dieser Tabelle ergeben sich die Werthe  $\vartheta \cos \varepsilon$  und  $\vartheta \sin \varepsilon$ , welche für die senkrechte Incidenz das Verhältniß der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft und Metall, und den Absorptionscoefficienten in den Metallen geben. Es zeigt sich, daß bei allen Metallen  $\vartheta$  und  $\vartheta \cos \varepsilon$  mit der Wellenlänge abnehmen, ganz im Gegensatz zu den durchsichtigen Körpern, in welchen der Brechungsexponent bei abnehmender Wellenlänge zunimmt.

## II. Ueber die Bahnlinien der Winde auf der sphäroidischen Erdoberfläche; von Baeyer, Generalmajor v. d. Armee.

Das Spiel der Winde, wie wir es bei der ersten oberflächlichen Betrachtung beobachten, ist dergestalt verwikelt, dafs es unmöglich erscheint, dasselbe in dieser complicirten Gestalt einer mathematischen Untersuchung zu unterwerfen, und hierin wird auch der Grund gesucht werden müssen, warum eine Construction der Bahnlinien der Winde bisher nicht gelungen, ja, so viel mir bekannt, noch nicht einmal versucht worden ist.

Der nächste Schritt zur Lösung unserer Aufgabe wird deshalb darauf zu richten seyn, die verwickelten Erscheinungen des Windes auf eine einfachere Vorstellung zurückzuführen.

Bei der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe bewegt sich ein Punkt des Aequators mit einer Geschwindigkeit von 1432 par. Fufs in einer Sekunde mittlerer Zeit. Gegen die Pole hin nimmt die Rotations-Geschwindigkeit im Verhältnifs der Radien der Parallelkreise ab. In der Breite von Berlin beträgt sie nur noch 870 par. Fufs und an den Polen selbst ist sie Null.

Die Stärke unserer Stürme übersteigt wohl nicht den sechsten Theil der Rotations-Geschwindigkeit der Erde, und wenn ihre Richtung Ost oder West ist, so ist ihre Geschwindigkeit unmittelbar das Maafs des Rotations-Unterschiedes zwischen Erde und Atmosphäre. Hieraus folgt, dafs die Atmosphäre im Allgemeinen mit der Erde rotirt, dafs sie aber als freies und bewegliches Luftmeer durch ihre inneren Strömungen zeitweise der Geschwindigkeit der Erde an jedem Punkt um etwa  $\frac{1}{6}$  voreilen oder auch um eben so viel dagegen zurückbleiben kann. Diefs ungleiche Rotations-Verhältnifs der Erde und der Atmosphäre ist der Grund zu den vielfach wechselnden Windrichtungen, und bietet deshalb

auch ein Mittel dar, um diese mannigfachen Richtungen umgekehrt auf die einfache Vorstellung des Rotations-Unterschiedes zurückzuführen. In Bezug auf diesen Rotations-Unterschied können wir drei Fälle unterscheiden.

- 1) Die Erde rotire schneller als die Atmosphäre.
- 2) Die Erde rotire gleichmäfsig mit der Atmosphäre.
- 3) Die Erde rotire langsamer als die Atmosphäre.

Diese drei Fälle kommen zwar an allen Punkten der Erde vor, wo veränderliche Windrichtungen herrschen, aber sie finden auf verschiedenen Punkten nicht gleichzeitig statt.

Nehmen wir zu diesen Rotations-Verhältnissen noch eine Südströmung und eine Nordströmung hinzu, so können wir aus diesen drei Grundbewegungen das ganze Spiel des Windes an jedem Punkt der Erde in folgender Weise zusammensetzen.

**1. Fall.** *Die Rotation der Erde ist an den angenommenen Punkten gröfser als die der Atmosphäre.* Findet nun keine andere Bewegung in der Luft statt, so geht die Erde in der Richtung nach Osten schneller als die Atmosphäre, die Luft bewegt sich also scheinbar in entgegengesetzter Richtung und wir haben *reinen Ostwind*. Tritt jetzt eine schwache Strömung von Norden her ein, so geht der Wind etwas nördlicher: nach ONO. Wird die Nordströmung eben so stark wie der Ostwind: nach NO, und wird die Nordströmung stärker: nach NNO. Tritt umgekehrt eine schwache Strömung von Süden zu dem Ostwinde hinzu, so geht der Wind etwas südlicher: nach OSO. Wird die Südströmung eben so stark wie der Ostwind: nach SO; wird sie stärker: nach SSO.

**2. Fall.** *Die Rotation der Erde ist der der Atmosphäre gleich.* Wenn keine seitliche Bewegung hinzutritt, so findet auch keine Veränderung in den gegenseitigen Lagen der Lufttheilchen in Bezug auf den angenommenen Punkt auf der Erde statt und wir haben *Windstille*. Tritt aber eine Bewegung von Süden ein, so haben wir *reinen Südwind*, kommt dieselbe dagegen von Norden: *reinen Nordwind*.

**3. Fall.** *Die Rotation der Erde ist kleiner als die der*

*Atmosphäre.* Findet hierbei keine seitliche Bewegung der Luft statt, so eilen die Lufttheilchen in der Ebene des Parallelkreises dem angenommenen Punkt auf der Erde voraus: wir haben also Westwind. Tritt eine schwache Bewegung aus Süden ein, so geht der Wind etwas südlicher: WSW. Wird die Südströmung eben so stark wie der Westwind: nach SW, und wird sie stärker: nach SSW. Tritt dagegen eine Nordströmung ein, die schwach ist, so geht der Wind nach WNW. Wird dieselbe eben so stark wie der Westwind: nach NW, wird sie stärker: nach NNW. Bei allen östlichen Winden ist also die Rotation der Erde *größer*, bei allen westlichen, *kleiner* als die der Atmosphäre.

Die obige Definition führt das ganze verwickelte Spiel des Windes an jedem beliebigen Punkte der Erdoberfläche auf drei Grundbewegungen zurück: auf eine *Nordströmung*, eine *Südströmung* und auf den *Rotations-Unterschied* der Erde und der Atmosphäre. Diese einfachere Vorstellung erleichtert nicht bloß die mathematische Behandlung der Aufgabe, sondern sie zeigt zugleich den Weg welcher einzuschlagen ist. Zählen wir die Abscissen auf dem Erdmeridian und die Ordinaten auf den Parallelkreisen, so haben wir ein Coordinatensystem, welches den Grundbewegungen in unserer Definition entspricht. Nennen wir die Rotationsgeschwindigkeit der Erde  $E$ ; die der Atmosphäre  $A$ ; die Stärke oder Geschwindigkeit des Winkels  $Q$ , und das Azimuth der Richtung aus welcher der Wind kommt  $\alpha$ , dasselbe von Norden über Osten herumgezählt von  $0$  bis  $360^\circ$ , so ist das Azimuth der Richtung nach welcher der Wind hin weht  $= 180^\circ + \alpha$  und wir erhalten

$$A - E = Q \sin(180 + \alpha) \dots (1)$$

$$M = Q \cos(180 + \alpha) \dots (2)$$

Die Rotations-Differenz  $A - E$  ist positiv für alle westlichen Winde, negativ für alle östlichen Winde. Die Geschwindigkeit  $M$  in Richtung des Meridians ist positiv für alle südlichen Winde, negativ für alle nördlichen Winde. Für  $\alpha = 0$  weht reiner Nordwind und  $A - E$  wird  $= 0$

und  $M = -Q$ . Für  $\alpha = 180^\circ$  weht reiner Südwind;  $A - E$  wird  $= 0$  und  $M = +Q$ . Bei Windstille ist  $\alpha = 0$  und  $Q = 0$ . Die Gleichungen 1) und 2) stellen daher alle drei Fälle der Definition vollständig dar und repräsentiren das ganze Spiel der Winde an jedem beliebigen Punkt der Erde.

Wäre ein Jahrgang täglicher Beobachtungen der Richtungen und Geschwindigkeiten des Windes an einem solchen Punkte bekannt, so würde man daraus nach den Gl. 1) die Rotations-Geschwindigkeit der Atmosphäre an jedem Tage des Jahres, und nach Gl. 2) das Verhältniß der Luftmenngen, welche im Laufe des Jahres von Süden nach Norden und umgekehrt von Norden nach Süden geströmt sind, leicht bestimmen können.

Wenn einmal mehrere Jahrgänge solcher Bestimmungen und von vielen auf der ganzen Erde verbreiteten Punkten, vorliegen, dann werden wir erst Aussicht haben, durch das Auffinden der Gesetze der Luftströmungen, von denen der periodische Gang der Witterung abhängt, zu einer sicheren Grundlage für die Vorausbestimmung des Wetters zu gelangen. Vorläufig müssen wir uns damit begnügen, die Strömungen in der Luft einzeln zu betrachten und näher zu untersuchen.

Ein Lufttheilchen welches auf der ruhenden Oberfläche unseres Rotations-Sphäroids unter einem bestimmten Winkel gegen den Meridian in Bewegung gesetzt wird, und in der ihm gegebenen Richtung seinen Weg ohne jede Hemmung und Störung unter dem allgemeinen Einfluß der Schwere fortsetzt, wird eine kürzeste Linie beschreiben. Die kürzeste Linie auf allen durch Rotation entstandenen Oberflächen hat aber die Eigenschaft, daß auf allen Punkten ihres Weges der Abstand von der Drehungsaxe, multiplicirt in den Sinus des Azimuths, eine constante GröÙe ist. Bedeuten daher  $r, r', r'' \dots$  die im Lauf der Linie auf einander folgenden Abstände von der Drehungsaxe, und  $\alpha, \alpha', \alpha'' \dots$  die entsprechenden Azimuthe, so muß seyn:

$$r \sin \alpha = r' \sin \alpha' = r'' \sin \alpha'' \dots \dots \dots$$

Der Abstand von der Drehungsaxe hat auf dem Rota-



tions-Sphäroid unter dem Aequator sein Maximum, nimmt gegen die Pole hin ab und ist an den Polen selbst Null. Daraus folgt für die kürzeste Linie die Eigenschaft, daß sie eine Curve doppelter Krümmung ist; wenn man von einem Meridian ausgehend, sie um die ganze Erde herum verlängert bis wieder zu demselben Meridian, so kehrt sie nicht zu dem Ausgangspunkt zurück, sondern windet sich bei fortgesetzter Verlängerung spiralförmig um den Pol herum, ohne denselben je zu erreichen. Eine Ausnahme findet statt in dem Fall, wenn  $\alpha = 0$  oder  $= 180^\circ$  ist.

Denken wir uns jetzt das Erdsphäroid, aus dem betrachteten Zustand der Ruhe in Rotation versetzt, so wird das Lufttheilchen, wo es in der Richtung  $\alpha$  in Bewegung gesetzt wird, bereits eine Bewegung im Sinne der Rotation besitzen, es kann daher auch nicht mehr eine kürzeste Linie beschreiben, sondern sein Weg wird die Abwicklung der kürzesten Linie, nach diesem ihm innewohnenden Rotations-Verhältniß, auf der sphäroidischen Oberfläche seyn.

Was von der kürzesten Linie selbst gilt, wird aber auch von ihrer Abwicklung gelten und zwar in einem noch verstärkterem Maasse, denn selbst in dem erwähnten Ausnahmefall wird das Lufttheilchen den Pol nicht erreichen, weil die ihm innewohnende grössere Rotation ihm bei der Bewegung nach Norden von vorne herein eine seitliche Abweichung mittheilt.

Ein Wind kann als eine große Menge von Lufttheilchen angesehen werden, welche in einer bestimmten Richtung in Bewegung sind. Die Bahnlinien der Winde sind daher die Abwickelungen der kürzesten Linien auf der sphäroidischen Erdoberfläche nach dem Rotations-Verhältniß der Erde und der Atmosphäre, wie dasselbe in den 3 Fällen der obigen Definition entwickelt worden ist. Aus den Eigenschaften der kürzesten Linie, wie wir sie dargestellt haben, können wir nun folgende Schlüsse ziehen:

- 1) Ein Lufttheilchen, welches einmal in einer bestimmten Richtung in Bewegung gesetzt ist, kann bei Fort-

setzung dieser Bewegung nie mehr nach seinem Ausgangspunkt zurückkehren.

- 2) Kein Wind aus einer namhaften Poldistanz kann nach den Polen hinwehen und folglich muß unter den Polen im Allgemeinen Windstille herrschen.

Es könnte scheinen, als ob ein Wind durch Störungen nach den Polen gelangen könnte; allein auch dies ist nicht möglich, denn eine Störung mag beschaffen seyn wie sie wolle, so wird der Weg des Windes, nachdem dieselbe vorüber ist, eine gewisse Richtung und einen bestimmten Abstand von der Drehungsaxe haben, der nicht Null ist, und wenn dies der Fall ist, so kann er nach dem Vorhergehenden nicht nach dem Pol gelangen. Die allgemeine geometrische Natur der Curven, welche die Bahnlinien der Winde darstellen, läßt sich in folgender Weise charakterisiren.

a) Bahnlinie eines Südostwindes (nördliche Halbkugel).

Da es ein östlicher Wind ist, so ist nach dem ersten Fall unserer Definition die Rotationsgeschwindigkeit der Erde größer als die der Atmosphäre. Die Richtung des Windes geht nach Nordwest, er berührt daher auf seinem Wege immer nördlichere Punkte. Die Rotationsgeschwindigkeit der Erde nimmt aber in jeder nördlichen Richtung beständig ab, sie muß daher auf einem gewissen Punkt der der Atmosphäre gleich, und darüber hinaus kleiner werden als die Rotation der Atmosphäre. Nach dem zweiten Fall der Definition kann aber da, wo die Rotation der Erde der Atmosphäre gleich ist, nur Südwind wehen (weil wir es mit einem Südost zu thun haben) und da, wo die Rotation der Erde kleiner ist als die der Atmosphäre, muß nach dem dritten Fall der Definition, ein westlicher Wind wehen.

Die Bahn des Südostwindes führt also durch alle drei Fälle der Definition, d. h. seine Richtung geht aus der südöstlichen durch die südliche in eine südwestliche über; oder: der Südost kann, in nordwestlicher Richtung vorschreitend,

nur bis auf einen gewissen Punkt, den *Wendepunkt*, gegen Westen vordringen. In diesem Punkt angelangt, ist seine Richtung allmählich eine südliche geworden und über diesen Punkt hinaus wird sie eine westliche; er wendet sich also in halbkreisähnlicher Krümmung an diesem Punkt förmlich um und geht als Südwest rückwärts nach Nordost hin weiter. — Eine zweite Wendung kann er nicht machen.

Dem Südost in der nördlichen Halbkugel entspricht der Nordost in der südlichen; derselbe geht in südwestlicher Richtung bis auf einen gewissen Punkt vor, wo er nach und nach zum Nordwind geworden, biegt dann in einen westlichen Wind um und geht als Nordwest, nach Südost hin weiter.

*b) Bahnlinie eines Nordwestwindes.*

Da es ein westlicher Wind ist, so wird nach dem dritten Fall der Definition, die Rotationsgeschwindigkeit der Erde kleiner seyn als die der Atmosphäre, und da die Richtung nach Südosten hingeht, so wird der Nordwest auf seinem Wege immer südlicher gelegene Punkte treffen, so daß die Rotationsgeschwindigkeit der Erde beständig wächst. Da dieselbe nun im Anfangspunkt kleiner war, als die der Erde, und immer wächst, so wird sie nach und nach dieser *gleich* und dann *größer* als dieselbe werden.

Da wo die Rotation der Erde der der Atmosphäre gleich ist, kann in unserem Fall nur Nordwind wehen, und da wo die Rotation der Erde größer ist, als die der Atmosphäre, muß ein östlicher Wind herrschen (zweiter und erster Fall der Definition). Der Nordwest wird also in südöstlicher Richtung nur bis zu einem gewissen Punkt gegen Osten gelangen, wo er in allmählicher Wendung zum Nordwind geworden ist, dann wird er in einen östlichen Wind umsetzen und seinen Weg nach Südwest hin nehmen. — Eine ähnliche Wendung kann er zum zweiten Mal nicht machen.

Dem Nordwest in der nördlichen Halbkugel entspricht der Südwest in der südlichen. Derselbe geht bis auf einen

gewissen Punkt in nordöstlicher Richtung vor, wendet dann um und geht als Südost gegen Nordwest hin weiter.

**c) Bahnlinie eines Nordostwindes.**

Die Rotation der Erde ist gröfser als die der Atmosphäre (erster Fall der Definition). Der Weg des Windes führt nach Südwest hin. Die Rotation der Erde vergrößert sich daher beständig, bleibt also immer gröfser als die der Atmosphäre; die Bahnlinie macht folglich keine Wendung; die Richtung wird nach und nach immer östlicher und die Stärke des Windes wächst mit der Länge des Weges. Dem Nordost in der nördlichen Halbkugel entspricht der Südost in der südlichen. Die Richtung desselben geht nach und nach in eine mehr östliche über und seine Stärke wächst mit der Länge des Weges.

**d) Bahnlinie des Südwestwindes.**

Die Rotation der Erde ist kleiner als die der Atmosphäre (dritter Fall der Definition) und nimmt in der Richtung des Windes nach Nordost hin immer mehr ab, bleibt also beständig kleiner als die der Atmosphäre. Es findet deshalb keine Wendung statt und die Richtung des Windes geht allmählich mehr nach Westen.

Dem Südwest in der nördlichen Halbkugel entspricht der Nordwest in der südlichen.

Wenn wir diese allgemeine Charakteristik der geometrischen Eigenschaften dieser Curven in die analytische Sprache übertragen, so werden wir solche Ausdrücke für die Coordinaten finden, durch welche sich die Bahnlinien der Winde Punkt vor Punkt bestimmen lassen.

Ehe ich aber zu dieser Untersuchung übergehe, will ich erst noch auf die wichtigen Verhältnisse aufmerksam machen, welche sich aus den obigen Betrachtungen für die Luftströmungen im Grofsen ergeben.

Theilen wir die Atmosphäre in der nördlichen Halbkugel, unter einer mittleren Breite, durch eine Ebene im Sinne der Rotation, welche durch den Ost- und Westpunkt geht,

in zwei gleiche Theile, so scheidet diese Ebene die nördlichen Winde von den südlichen, oder die Polar-Strömungen von den Aequatorial-Strömungen.

Die Polarströmungen, welche aus den nördlichen Winden bestehen, theilen sich wieder in die nordöstlichen im ersten Quadranten des Azimuths und in die nordwestlichen im vierten Quadranten des Azimuths.

Nach c) gehen die nordöstlichen Winde in der Richtung gegen Südwest hin beständig fort. Nach b) biegen die nordwestlichen Winde in nordöstliche um. Alle nördlichen Winde, oder die Polarströmungen setzen sich demnach in eine gemeinsame nordöstliche Richtung zusammen und bilden den *constanten Nordostpassat*.

Die Aequatorialströmungen, welche aus den südlichen Winden bestehen, theilen sich in die südöstlichen im zweiten Quadranten des Azimuths und in die südwestlichen im dritten Quadranten. Nach d) gehen die südwestlichen Winde in der Richtung nach Nordost hin beständig fort. Nach a) biegen die südöstlichen Winde in südwestliche um. Alle südlichen Winde, oder die Aequatorial-Strömungen, vereinigen sich daher zu einer südwestlichen Richtung und bilden den *constanten Südwestpassat*. Die Tracen der Bahnlinien auf dem Planiglob Taf. III Fig 2 machen dies deutlich.

Dem Nordost in der nördlichen Halbkugel entspricht der Südost in der südlichen, und dem Südwest in der nördlichen Halbkugel entspricht der Nordwest in der südlichen.

In der südlichen Halbkugel bilden daher die südlichen Winde die Polarströmung, setzen sich in eine gemeinsame südöstliche Richtung zusammen und bilden dort den *Südostpassat*. Die nördlichen Winde bilden dagegen die Aequatorial-Strömung, setzen sich in eine gemeinsame nordwestliche Richtung zusammen und bilden den *Nordwestpassat* der südlichen Hemisphäre.

Ein anderes Ergebniss der oben charakterisirten Bahnlinien der Winde sind die großen ringförmigen Stürme, die oft mehr als hundert Meilen im Durchmesser haben. Un-

ter *a*) und *b*) ist nachgewiesen worden, daß ein Südost in der nördlichen Halbkugel, sich halbkreisähnlich in einen Südwest, und ein Nordwest sich halbkreisähnlich in einen Nordost umbiegt. Wenn nun zwei solche Winde so zusammentreffen, daß sich ihre halbkreisähnlichen Bewegungen zu einem vollen Kreise ergänzen, so entsteht ein ringförmiger Sturm. (Siehe die Tracen auf dem Planiglob.) In der südlichen Halbkugel wendet der Nordost sich um in einen Nordwest, der Südwest in einen Südost. Wenn daher beide so zusammentreffen, daß ihre halbkreisähnlichen Wendungen sich zu einem ganzen Kreise ergänzen, so entstehen die ringförmigen Stürme in dieser Halbkugel.

Diese ringförmigen Stürme in beiden Hemisphären drehen sich auf der dem Aequator zugewandten Seite in einem der Rotation entgegengesetzten Sinne, d. h. in der Richtung von Ost nach West; oder was dasselbe ist: im Sinne des scheinbaren Laufes der Sonne. Bezieht man ihre drehende Bewegung auf die Pole, so geht dieselbe in der nördlichen Halbkugel von West über Nord und Ost; in der südlichen von West über Süd und Ost herum. Der bloße Anblick der verzeichneten Bahnlinien macht dies vollkommen deutlich.

Ich werde nun, nach der geometrischen Erörterung über die Natur der Curven, zu ihrer mathematischen Bestimmung übergehen.

#### Rechnungsvorschriften zur Bestimmung der Coordinaten der Bahnlinien.

##### 1. Bestimmung des Wendepunktes.

Wird die Polhöhe  $\varphi$ , der Radius des zugehörigen Parallelkreises  $r$  genannt, so ist aus der Geodäsie bekannt, daß

$$r = \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad \dots \quad (3)$$

$a$  ist die halbe große Axe;  $e$  die Excentricität des Erdellipsoids.  $\log a = 6,5148235$  in Toisen;  $\log ee = 7,8244104 - 10$ . Da die Erde in 86400 Sekunden Sternzeit oder in 86164",09 mittlere Zeit eine Umdrehung um ihre Axe vollendet, so

wird die Rotations-Geschwindigkeit der Erde  $E$  unter der Polhöhe  $\varphi$  in einer Sekunde mittlerer Zeit ausgedrückt durch die Gleichung

$$E = \frac{2\pi}{86164,09} = p \cdot r \quad \dots (4)$$

$$\text{wo } p = \frac{2\pi}{86164,09} \text{ und } \log p = 5,8628535 - 10,$$

für jede andre Polhöhe  $\varphi_1$  kann man leicht nach Gl. (3) den zugehörigen Radius des Parallelkreises  $r_1$  und nach (4) die Rotations-Geschwindigkeit  $E_1$  berechnen.

Nach Gl. (1) ist die Geschwindigkeit des Windes gleich

$$A - E = P \quad \dots (5)$$

$P$  ist für westliche Winde positiv, für östliche negativ.

Da im Anfangspunkt  $E$  und  $P$  bekannt sind, so findet man  $A$  oder die Rotations-Geschwindigkeit der Atmosphäre, welche den Lufttheilchen im Ausgangspunkt innewohnt, und die sie der Voraussetzung gemäß auf ihrem Wege beibehalten.  $A$  bleibt daher constant auf dem ganzen Wege des Windes, während  $E$  und damit auch  $P$  sich nach den geographischen Breiten, welche der Wind erreicht, ändern.

Wird  $P=0$ , so wird  $E=A$ , welches im Wendepunkt der Fall ist. Bezeichnet man diesen Werth von  $E$  durch  $E'$  so ist

$$\frac{E'}{p} = r' = \frac{a \cos \varphi'}{\sqrt{1 - ee \sin^2 \varphi'}} \quad \dots (6)$$

wo  $\varphi'$  die Polhöhe des Wendepunktes ist. Durch Elimination ergibt sich

$$\sin \varphi' = \left\{ \frac{1 - \frac{r'^2}{a^2}}{1 - ee \frac{r'^2}{a^2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots (7)$$

Ein Wendepunkt findet jedesmal statt, wenn auf der Bahnlinie eines Windes der Rotations Unterschied der Erde und Atmosphäre von Minus durch Null in Plus, oder umgekehrt von Plus durch Null in Minus übergeht.

Auf gleiche Weise kann man für jede zwischen  $E$  und  $E'$

liegende Rotations-Geschwindigkeit die zugehörige Polhöhe finden.

Um die Zeit bestimmen zu können, welche der Wind gebraucht um von dem Ausgangspunkt unter der Polhöhe  $\varphi$  bis zu dem Parallelkreise des Wendepunktes unter der Polhöhe  $\varphi'$  zu gelangen, muß die Länge des Meridianbogens zwischen diesen Polhöhen gesucht werden, die wir mit  $S$  bezeichnen wollen. Wir entlehnen aus der Geodäsie folgenden Ausdruck ( $\int \rho d\varphi = S$ ) dafür

$$(8) \quad S = \frac{8a^2b^2}{(a+b)^3} \left( \frac{\alpha \cdot \pi}{180} (\varphi' - \varphi) - \beta \cos(\varphi' + \varphi) \sin(\varphi' - \varphi) \right. \\ \left. + \gamma \cos 2(\varphi' + \varphi) \sin 2(\varphi' - \varphi) - \dots \right)$$

$$\text{wo } \log \frac{8a^2b^2}{(a+b)^3} = 6,5140946 \text{ in Toisen; } \log \alpha = 0,0000027,4$$

$$\log \beta = 7,7009269 - 10$$

$$\log \frac{\pi}{180} = 82418773,7 - 10 \quad \log \gamma = 4,7206247 - 10$$

$\varphi - \varphi'$  muß hier in Graden und Bruchtheilen derselben ausgedrückt werden. Nach Gl. (2) ist  $M$  die Geschwindigkeit des Windes in der Richtung des Meridians. Wenn man daher ermittelt, wie oft  $M$  in  $S$  enthalten sey, so findet man die gesuchte Zeit  $T$  und erhält

$$T = \frac{S}{M} \dots (9)$$

In Bezug auf das Azimuth ist zu bemerken, daß im Wendepunkt die Rotation der Erde der der Atmosphäre gleich ist. Nach dem zweiten Fall der Definition muß daher das Azimuth der Richtung des Windes entweder  $0^\circ$  oder  $180^\circ$  (d. h. Nord oder Süd) seyn; je nachdem wir es mit einem nördlichen oder südlichen Winde zu thun haben.

Jetzt ist noch übrig den geographischen Längenunterschied des Wendepunktes zu bestimmen. Im Anfangspunkt des Windes ist nach Gl. (5) der Rotationsunterschied zwischen Erde und Atmosphäre  $= P$ . Im Wendepunkt ist  $P = 0$  oder  $A = E$ . Es kommt daher darauf an, die Summe der Rotations-Unterschiede, die zwischen  $P$  und Null liegen, zu su-



suchen, den mittleren Werth derselben in Längensekunden auszudrücken und mit der Zeit  $T$  Gl. (9) zu multipliciren; so wird man den Längenunterschied erhalten, welchen der Wind vom Meridian des Anfangspunktes bis zum Meridian des Wendepunktes zurückgelegt hat.

Betrachten wir die Fläche einer Curve, welche durch die Ordinaten  $y_0$  und  $y_1$  und den Theil der Abscissenaxe, welchen die zugehörigen Abscissen  $x_1 - x_0$  bestimmen, begränzt wird, so ist klar, dafs wir die mittleren Ordinate ( $y$ ) erhalten, wenn wir die erwähnte Fläche durch  $x_1 - x_0$  dividiren. Ist daher  $y = f(x)$ , so wird seyn

$$(y) = \frac{\int_{x_0}^{x_1} y dx}{x_1 - x_0} \dots (10)$$

In unserem oben schon definirten Coordinatensystem werden die Abscissen auf dem Meridian, die Ordinaten auf den Parallelkreisen gezählt. Wir haben daher nach Gl. 4

$$y = pr = p \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - ee \sin^2 \varphi}}$$

Das Differential der Abscisse  $dx$  ist hier  $= \rho d\varphi$ , wo  $\rho$  der Krümmungsradius des Meridians  $= \frac{a(1-ee)}{(1-ee \sin^2 \varphi)^{3/2}}$ ; wir erhalten daher  $y dx = \frac{p a^2 (1-ee) \cos \varphi d\varphi}{(1-ee \sin^2 \varphi)^2}$ .

Der Nenner, nach dem binomischen Satz entwickelt, giebt  $(1 - ee \sin^2 \varphi)^{-2} = 1 + 2 ee \sin^2 \varphi + 3 (ee)^2 \sin^4 \varphi + 4 (ee)^3 \sin^6 \varphi \dots$

Wird diese Reihe mit  $\cos \varphi d\varphi$  multiplicirt und das Integral zwischen den Gränzen  $\varphi$  und  $\varphi'$  genommen, so findet man für den Zähler in Gl. (10).

$$\int_{\varphi}^{\varphi'} \frac{\cos \varphi d\varphi}{(1-ee \sin^2 \varphi)^2} = \sin \varphi' - \sin \varphi + \frac{2}{3} ee [\sin \varphi'^3 - \sin \varphi^3] + \frac{2}{5} (ee)^2 [\sin \varphi'^5 - \sin \varphi^5] + \dots$$

Der Nenner in Gl. (10) dagegen giebt  $\int_{\varphi}^{\varphi'} \rho d\varphi = S$  in Gl. (6).

Hieraus findet man die mittlere Rotationsgeschwindigkeit der Erde zwischen der Polhöhe  $\varphi$  und  $\varphi'$ , die immer positiv seyn muß, weshalb die größere Polhöhe stets für  $\varphi'$  zu nehmen ist, wie folgt:

$$(11) \quad (y) = \frac{p a^2 (1 - e e)}{s} [\sin \varphi' - \sin \varphi + \frac{3}{2} e e (\sin \varphi'^3 - \sin \varphi^3) + \frac{3}{8} (e e)^2 (\sin \varphi'^5 - \sin \varphi^5) + \dots]$$

wo  $\log a^2 (1 - e e) = 13,0267386$

$$\log \frac{3}{2} e e a^2 (1 - e e) = 10,6750577$$

$$\log \frac{3}{8} (e e)^2 a^2 (1 - e e) = 8,4537107$$

Setzt man  $(r) = \frac{(y)}{p}$ , so ist  $(r)$  der Radius des Parallelkreises, welcher der Rotationsgeschwindigkeit  $(y)$  zugehört.

Nach Gl. 5 ist  $A - (y) = P$ , gleich dem mittleren Rotations-Unterschied zwischen Erde und Atmosphäre, oder gleich der mittleren Geschwindigkeit des Windes in der Richtung des Parallels in einer Sek. mittl. Zeit. Durch die Multiplikation mit  $\frac{648000}{(r)\pi} = \frac{1}{(r)\sin 1''}$  wird diese Geschwindigkeit in Längensekunden verwandelt und wenn man durch  $(l)$  die Längensekunden bezeichnet, welche in  $A - (y)$  enthalten sind, so erhält man die mittlere Geschwindigkeit des Windes in einer Zeitsekunde, in Längensekunden ausgedrückt, oder

$$(l) = \frac{A - (y)}{(r)\sin 1''},$$

und nun den Längenunterschied  $L$ , welchen der Wind in der Zeit  $T$  erreichte

$$L = (l) \cdot T \dots (12)$$

$L$  ist hier der gesuchte Längenunterschied zwischen dem Ausgangspunkt und dem Wendepunkt.

## II. Bestimmung beliebiger Punkte der Bahnlinie zwischen dem Anfangspunkt und dem Wendepunkt.

Da die Gleichung (8) allgemeine Gültigkeit hat, so kann man darnach den Bogen des Meridians vom Anfangspunkte  $\varphi$  bis zu jeder beliebigen Polhöhe bestimmen. Bezeichnet

man daher die Polhöhen, für welche man Punkte der Bahnlinie bestimmen will, durch  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \dots \varphi'$ , wo  $\varphi'$  die Polhöhe des Wendepunktes ist, und führt man dieselben in die Gl. (8) ein, so findet man die zugehörigen Meridianbögen  $s, s_1, s_2 \dots S$ , welche vom Anfangspunkt an zählen, und wo  $S$  der Meridianbogen vom Anfangspunkt bis zum Wendepunkt ist.

Drückt man nun die Zeiten durch  $t_1, t_2, t_3 \dots T$  aus, so ist

$$t_1 = \frac{s_1}{M}$$

$$t_2 = \frac{s_2}{M}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$T = \frac{S}{M}$$

Bezeichnet man durch  $y_1, y_2, y_3 \dots (y)$  die mittleren Rotationsgeschwindigkeiten der Erde, zwischen den Polhöhen  $\varphi$  und  $\varphi_1, \varphi_2$  u. s. w. und durch  $r_1, r_2, r_3 \dots (r)$  die zu  $y_1, y_2 \dots$  gehörigen Radien der Parallelkreise, so findet man nach Gl. (11), wenn dort successive  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \dots$  eingeführt werden

$$y_1 = p \cdot r_1$$

$$y_2 = p \cdot r_2$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$(y) = p(r)$$

und hieraus die geographischen Längenunterschiede der Ordinaten wie folgt:

$$l_1 = \frac{(A - y_1)t_1}{r_1 \sin l''}$$

$$l_2 = \frac{(A - y_2)t_2}{r_2 \sin l''}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$L = \frac{[A - (y)]T}{(r) \sin l''}$$

Um die Azimuthe an denjenigen Punkten der Bahnlinien, welche durch die Coordinaten  $\varphi_1$  und  $l_1$ ;  $\varphi_2$  und  $l_2 \dots$  bestimmt worden sind, finden zu können, müssen nach Gl. (3) die Radien der Parallelkreise für die Polhöhen  $\varphi_1, \varphi_2,$

$\varphi_3 \dots$  und dann nach Gl. (4) die zugehörigen Rotations-Geschwindigkeiten der Erde gesucht werden. Bezeichnet man dieselben durch  $e_1, e_2, e_3 \dots e_n$  und die Azimuthe der Richtung, aus welcher der Wind herkommt durch  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_n$ , so ist:

$$\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha_1) = \frac{A - e_1}{M}$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha_2) = \frac{A - e_2}{M}$$

$$\vdots$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha_n) = \frac{A - e_n}{M} = \frac{0}{M} = 0 \text{ im Wendepunkt.}$$

Da die Bewegung der Luft, der Voraussetzung gemäß, von Süden nach Norden und umgekehrt, constant ist, so behält  $M$  stets denselben Zahlenwerth wie im Anfangspunkt.

Der Quadrant, in welchem die Tangenten liegen, wird durch die Zeichen der Quotienten bestimmt, indem der Zähler einen Sinus, der Nenner einen Cosinus repräsentirt.

$A - e_1$  ist negativ für alle östlichen, positiv für alle westlichen Winde.

$M$  ist positiv für alle südlichen, negativ für alle nördlichen Winde.

Z. B. für einen Südostwind sind die Zeichen  $\frac{-}{+}$ .

Der negative Sinus als Zähler und der positive Cosinus als Nenner entsprechen dem vierten Quadranten. Wenn daher  $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{A - e_1}{M} = N$ , so liegt der Bogen im vierten Quadranten und ist  $= 360 - N$ . Diefs ist die Richtung, wo der Wind hingeht, daher  $180^\circ + \alpha_1 = 360^\circ - N$ , und hieraus folgt  $\alpha_1 = 180 - N$  für die Richtung, wo der Wind herkommt.  $\alpha_1$  liegt daher im zweiten Quadranten.

Im Wendepunkt wird  $N = 0$  daher  $\alpha_n = 180^\circ$  d. h. im Wendepunkt kommt der Wind aus Süden.

### III. Bestimmung beliebiger Punkte der Bahulinie im zurückkehrenden Zweig der Curve.

Bei der Berechnung der Punkte im zurückkehrenden Zweige der Curve ist es vorthellhaft, den Wendepunkt zum Anfangs-

punkt der Coordinaten und den Meridian desselben zur Abscissenaxe zu machen und dann in analoger Weise zu rechnen wie vorhin, wobei nur darauf zu achten ist, dafs, wenn vorhin  $A - y_1$ ;  $A - y_2$  . . . . negativ waren, sie nun positiv seyn werden und umgekehrt. Dasselbe gilt auch von den Längenunterschieden  $l_1, l_2, l_3$  . . . . Wenn z. B. der Längenunterschied des Wendepunktes im aufsteigenden Aste der Bahnlinie gleich  $-L$  war, also westlich vom Anfangspunkte des Windes lag, so werden die successiven Längenunterschiede in dem zurückkehrenden Zweige der Curve, die wir  $L_1, L_2, L_3$  . . . . nennen wollen, auf den Meridian des Ausgangspunktes bezogen, folgende Werthe haben:

$$L_1 = -L + l_1$$

$$L_2 = -L + l_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L_n = -L + l_n$$

Wenn  $l_n = L$ , also  $L_n = 0$  wird, so schneidet die Curve den Ausgangsmeridian zum zweiten Mal.

In Betreff der Azimuthe in diesem Zweige der Curve ist zu bemerken, dafs, wenn die Rotationsgeschwindigkeiten der Erde an den bestimmten Punkten des aufsteigenden Astes der Curve gröfser waren als die der Atmosphäre, sie im niedersteigenden oder zurückkehrenden Aste kleiner seyn werden und umgekehrt. Wir erhalten daher für dieselben Bezeichnungen wie oben, wenn dort die Tangenten negativ waren, hier die Tangenten

$$\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha_1) = \frac{A - e_1}{M}$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha_2) = \frac{A - e_2}{M}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

mit positivem Zeichen, und da das Azimuth im Wendepunkt  $180^\circ$ , so liegen die Winkel  $\alpha_1, \alpha_2$  . . . . im dritten Quadranten.

## Beispiele.

## 1. Berechnung der Polhöhe des Wendepunktes für einen OSO Wind.

Es sey gegeben:

Die Stärke des Windes  $Q = 22^r$ Die Richtung, aus welcher er kommt,  $\alpha = 112^\circ 30'$ Der Punkt  $\varphi$ , von wo aus die Bahnlinie des Windes berechnet werden soll, liege unter  $8^\circ$  nördl. Breite,

so findet man nach den Gl. (1) und (2).

$$\log M = \log Q \cos(180^\circ + \alpha) = 0,9252624$$

$$\log(A - E) = \log Q \sin(180^\circ + \alpha) = 1,3080380, \dots A - E = -20^r 3253$$

Nach Gl. (3) für  $\varphi = 8^\circ$  ist  $\log r = 6,5106044$ 

$$\log p = 5,8628535 - 10$$

$$\log E = 2,3734579 \dots + E = 236,2968$$

Rotations-Geschwindigkeit der Atmosphäre  $A = 215,9715 = E'$  im Wendepunkt.

$$\log E' = 2,3343964$$

$$\log p = 5,8628535 - 10$$

$$\log r' = 6,4715429$$

+ 1

$$\lg \frac{r'^2}{a^2} = 9,9134388 - 10 \dots 0,81929208; \lg e e \frac{r'^2}{a^2} = 7,7378492 - 10 \dots 0,00546826$$

$$\text{Zähler } 1 - \frac{r'^2}{a^2} = 0,18070792;$$

$$\text{Nenner } (1 - e e \frac{r'^2}{a^2}) = 0,99453174$$

$$\begin{aligned}\log \text{Zähler} &= 9,2569782 - 10 \\ \log \text{Nenner} &= 9,9976187 - 10 \\ \hline \log \sin q'^2 &= 9,2593595 - 10 \\ \log \sin q' &= 9,6296798 - 10 \dots q' = 25^\circ 13' 50'',76\end{aligned}$$

gleich der Polhöhe des Wendepunktes. Wir wollen  $q'$  in runder Zahl  $= 25^\circ 14'$  setzen.

2. Berechnung der Zeit, welche der Wind gebraucht, um bis zu dem Parallel des Wendepunktes zu gelangen.

Im Ausgangspunkt war  $q = 8^\circ$

Im Wendepunkt  $q' = 25 \quad 14'$

$$\frac{q' - q = 17^\circ 14'; 2(q' - q) = 34^\circ 28'; q' - q = 17^\circ 23333 \dots}{q' + q = 33^\circ 14'; 2(q' + q) = 66 \quad 28'}$$

Nach Gl. (8)  $\log(q' - q) = 1,2363692$   $\log \cos(q' + q) = 9,9224377$   $\log \cos 2(q' + q) = 9,60128$   
 $\log \frac{\pi}{180} = 8,2418774$   $\log \sin(q' - q) = 9,4716785$   $\log \sin 2(q' - q) = 9,75276$   
 $\log \alpha = 0,0000027$   $\log \beta = 7,7009269$   $\log \gamma = 4,72062$   
 $\log \frac{8a^2b^2}{(a+b^3)} = 6,5140946 \dots 6,5140946 \dots \dots \dots 6,51409$   
 $\frac{5,9923439}{982525,7} \quad \frac{3,6091377}{-4065,7} \quad \frac{0,58875}{+3,9}$

$$S = 978463,9 \quad \log S = 5,9905448$$

$$\log M = 0,9252624$$

$$\log T = 5,0652824 \dots T = 116220'' = 32^{\text{st}} 17^{\text{M}}$$

## 3. Berechnung der geographischen Länge des Wendepunktes.

Nach Gl. (11)  $\log a^2(1-ee) = 13,0267386$ 

$$\log S = 5,9905448$$

$$\log \frac{a^2(1-ee)}{S} = \log N = 7,0361938 \quad q' = 25^\circ 14'; \quad q = 8^\circ$$

$$\log \sin(25^\circ 14') = 9,6297211 - 10 \quad \log \sin q'^3 = 8,8991633 - 10 \quad \log \sin q'^5 = 8,1486055 - 10$$

$$\log \sin q = 9,1435553 - 10 \quad \log \sin q^3 = 7,4306659 - 10 \quad \log \sin q^5 = 5,7177765 - 10$$

$$\log \frac{2}{3} ee N = 4,6845129 \quad \log \frac{3}{2} (ee)^2 N = 2,46317$$

$$N \sin q' = 4633561,3 \quad \frac{2}{3} ee N \sin q'^3 = 3746,93$$

$$N \sin q = -1512687,1 \quad \frac{2}{3} ee N \sin q^3 = -139,37 \quad \frac{3}{2} (ee)^2 N \sin q^5 = -0,02$$

$$\frac{3120874,2}{+ 3620,6} + 3616,56 \quad + 4,07$$

$$(r) = 3124494,8$$

$$\log(r) = 6,4947798$$

$$\log p = 5,8628535 - 10 \quad A = 215,9715$$

$$\log(y) = 2,3576333 \dots (y) = 227,8417$$

$$A - (y) = -11,8702$$

$$\log A - (y) = 1,0743580$$

$$\log \frac{1}{(r)} = 3,5052202$$

$$\log \frac{1}{\sin 1''} = 5,3144251$$

$$\log T = 5,0652824$$

$$\log L = 4,9593857 \dots L = 91072'' = 25^\circ 17' 52'' \text{ Längenunterschied zwischen dem Ausgangspunkt und dem Wendepunkt.}$$



Die geographischen Coordinaten des Wendepunktes sind daher

$$\begin{aligned}\text{nach No. 1. Breite} &= 25^{\circ} 14' \\ \text{Längenunterschied} &= 25^{\circ} 17',9.\end{aligned}$$

4. Berechnung des Azimuthes der Windrichtung im Wendepunkt.

Zur Bestimmung des Azimuths haben wir oben unter II. die Gleichung

$$\operatorname{tg}(180 + \alpha_n) = \frac{A - e_n}{M}$$

$e_n$  ist die Rotationsgeschwindigkeit der Erde und im Wendepunkt der Rotationsgeschwindigkeit der Atmosphäre gleich. Daher ist  $A - e_n = 0$ . Da es ein östlicher Wind ist, so war vor dem Wendepunkt  $A - e_{n-1}$  negativ; der Nenner  $M$  ist positiv. Die Tangente  $(180 + \alpha)$  gehört daher in diesem Falle einem Bogen im vierten Quadranten an. Daraus folgt für  $A - e_n = 0$

$$180^{\circ} + \alpha_n = 360^{\circ}$$

sogleich  $\alpha_n = 180^{\circ}$ , und dies ist das Azimuth der Richtung, wo der Wind herkommt. In unserem Beispiel weht daher im Wendepunkt der Wind aus Süden.

5. Bestimmung des Azimuthes eines Nord-Nord-Ost-Windes  
(Tabelle IV.)

auf dem Punkt seiner Bahn, dessen

$$\text{Coordinaten } \left\{ \begin{array}{l} \text{Breite } \varphi = 24^{\circ} \text{ nördl. Breite} \\ \text{Längenunterschied} = -10^{\circ} 38',3 \end{array} \right.$$

gegeben sind.

Für  $\varphi = 24^{\circ}$  ist die Rotation der Erde

$$e_{10} = 218^{\circ},10$$

$$A = 189,601$$

$$A - e_{10} = -28,499 \quad \dots \quad \log 1,4548296_n$$

$$\log M = 1,3080380_n$$

$$\log \operatorname{tg}(180^{\circ} + \alpha_{10}) = 0,1467916_n$$

Da Zähler und Nenner negativ sind, so liegt der Bogen im dritten Quadranten, daher

$$180^\circ + \alpha_{10} = 234^\circ 30' 13'',4$$

$$- 180$$

$$\alpha_{10} = 54^\circ 30' 13'',4$$

gleich dem Azimuth der Richtung, wo der Wind herkommt.

Nach dieser Erläuterung durch Beispiele wird sich die Berechnung der Coordinaten der Bahnlinien der Winde vollständig übersehen lassen und keine Schwierigkeit mehr darbieten.

In den nachfolgenden Tabellen finden sich die berechneten Coordinaten von vier Winden der nördlichen Halbkugel in den vier Quadranten des Azimuths zusammengestellt, wobei zu bemerken.

- 1) Dafs die Stärke des Windes im Anfangspunkt überall gleich  $22^T$  in der Sekunde angenommen ist.
- 2) Sind über jeder Tabelle die Polhöhe des Anfangspunktes, das Azimuth, der Werth von  $M$ , und die Rotationsgeschwindigkeit der Atmosphäre angegeben.  $A-E$  und  $M$  wurden nach den Gleichungen (1) und (2) berechnet, und durch Bestimmung von  $E$  nach Gl. (4) ist dann  $A$  gefunden.

Tabelle I.

Bahnlinie eines OSO-Windes.

Anfangspunkt unter  $8^\circ$  nördl. Breite, Azimuth  $\alpha = 112^\circ 30'$   
 $A = 215^T,9715$ ;  $\log M = 0,9252624$ .

Coordinaten		Azimuth	Zeit in St., M. u. S.	Bemerkungen
Breite	Längenunter- schied			
$8^\circ$	$0^\circ$	$112^\circ 30'$	$0^h 0' 0''$	
9	— $2^\circ 23',2$	113 7	1 52 20	
10	— 4 42,5	113 51	3 44 39	
11	— 6 56,9	114 43	5 37 0	
12	— 9 6,1	115 45	7 29 20	
13	— 11 9,5	116 57	9 21 41	
14	— 13 6,8	118 21	11 14 3	
15	— 14 56,2	120 2	13 6 30	
16	— 16 40,6	122 3	14 58 48	
17	— 18 16,1	124 26	16 51 11	
18	— 19 43,4	127 21	18 43 36	

Coordinationen		Azimuth	Zeit in St., M. u. S.		Bemerkungen
Breite	Längenunter- schied				
19°	— 20° 58',9	130° 54'	20 <sup>b</sup> 36'	0''	
20	— 22 11,4	135 16	22 28	26	
21	— 23 10,1	140 42	24 20	52	
22	— 23 58,8	147 28	26 13	39	
23	— 24 36,5	155 49	28 5	45	
24	— 25 2,9	165 48	29 58	16	
25	— 25 17,1	177 13	31 50	45	
25° 14'	— 25 17,9	180 0	32 17	1	Wendepunkt
26	— 25 13,8	189 15	33 43	17	
27	— 24 55,6	200 56	35 35	48	
28	— 24 22,1	211 24	37 28	20	
29	— 23 33,3	220 11	39 20	54	
30	— 22 27,7	227 25	41 13	28	
31	— 21 4,7	233 13	43 6	3	
32	— 19 23,7	237 55	44 58	40	
33	— 17 23,8	241 44	46 51	17	
34	— 15 4,1	244 52	48 43	56	
35	— 12 23,8	247 29	50 36	36	
36	— 9 19,8	249 40	52 29	17	
37	— 5 57,9	251 31	54 21	58	
38	— 2 10,5	253 6	56 14	41	
39	+ 2 21,7	254 28	58 7	26	
40	+ 4 58,8	255 40	60 0	13	

Dem OSO in der nördlichen Halbkugel entspricht der ONO in der südlichen. Wir können daher die obigen Coordinationen auch auf einem ONO in der südlichen Halbkugel anwenden mit folgenden Abänderungen.

- 1) Die Breiten (Abscissen) werden positiv; die Längenunterschiede behalten dagegen ihr Zeichen bei.
- 2) Das Azimuth  $\alpha$  des ONO ist im Anfangspunkt  $= 67^\circ 30'$  und nimmt eben so ab, wie es oben zunimmt, bis es im Wendepunkt Null geworden. Man erhält die Azimuthe dadurch, daß man die obigen von  $180^\circ$  abzieht; z. B.  $180 - (112^\circ + 30') = 67^\circ 30'$ ;  $180^\circ - (255^\circ 40') = - (75^\circ 48') = 284^\circ 20'$ .

## Tabelle II.

Bahnlinie eines WNW-Windes.

Anfangspunkt unter  $34^{\circ}$  nördl. Breite; Azimuth  $\alpha = 292^{\circ} 30'$  $A = 218^{\circ} 3473$ ;  $\log M = 0,9252624$ .

Coordinationen		Azimuth	Zeit in			Bemerkung.
Breite	Längenunter- schied		St.	M.	S.	
$34^{\circ}$	+ 0	$292^{\circ} 30'$	0	0	0	
33	+ $2^{\circ} 43',2$	295 1	1	52	39	
32	+ 5 5,3	298 2	3	45	16	
31	+ 6 7,4	301 41	5	37	53	
30	+ 8 50,4	306 7	7	30	28	
29	+ 10 15,0	311 35	9	23	2	
28	+ 11 22,2	318 14	11	15	36	
27	+ 12 12,8	326 23	13	8	8	
26	+ 12 47,5	336 0	15	0	40	
25	+ 13 7,7	346 51	16	53	10	
24	+ 13 11,5	358 19	18	45	40	
$23^{\circ} 51'$	+ 13 12,1	360 0	19	2	32	Wendepunkt
23	+ 13 7,5	9 27	20	38	8	
22	+ 12 50,6	19 34	22	20	36	
21	+ 12 21,9	28 12	24	23	3	
20	+ 11 42,1	35 19	26	15	10	
19	+ 10 51,8	41 6	28	7	55	
18	+ 9 51,5	45 47	30	0	20	
17	+ 8 42,0	49 38	31	52	44	
16	+ 7 23,7	52 45	33	45	5	
15	+ 5 57,3	55 21	35	37	30	
14	+ 4 23,3	57 31	37	29	52	
13	+ 2 42,3	59 18	39	22	14	
12	+ 0 54,8	60 50	41	14	35	
11	— 0 58,6	62 7	43	6	56	
10	— 2 57,4	63 12	44	59	16	

Dem WNW in der nördlichen Halbkugel entspricht der WSW in der südlichen mit folgenden Abänderungen:

Die Breiten werden negativ; die Längenunterschiede behalten ihre Zahlenwerthe und Zeichen bei. Die Azimuthe findet man, wenn die obigen von  $540^{\circ}$  abgezogen werden; z. B. im Anfangspunkt des WSW ist  $\alpha = 540^{\circ} - (292^{\circ} 30') = 247^{\circ} 30'$ ; im Wendepunkt  $540^{\circ} - 360 = 180^{\circ}$  u. s. w. Ueber den Wendepunkt hinaus findet der Abzug von  $180^{\circ}$  statt.

Tabelle III.

Bahnlinie eines SSW-Windes.

Anfangspunkt unter  $8^\circ$  nördl. Breite; Azimuth  $\alpha = 202^\circ 30'$  $A = 244^\circ 7190$ ;  $\log M = 1,3080380$ .

Coordinationen		Azimuth	Zeit in		
Breite	Längenunter- schied		St.	M.	S.
8°	0° 0'	202° 30'	0	0	0
9	+ 0 25,9	203 57	0	46	30
10	+ 0 53,7	205 32	1	33	3
11	+ 1 23,8	207 14	2	19	35
12	+ 1 56,3	209 3	3	6	7
13	+ 2 31,6	210 57	3	52	40
14	+ 3 9,7	212 54	4	39	12
15	+ 3 51,6	214 55	5	25	47
16	+ 4 35,7	216 58	6	12	18
17	+ 5 24,1	219 1	6	58	51
18	+ 6 16,4	221 5	7	45	24
19	+ 7 12,8	223 7	8	31	58
20	+ 8 13,4	225 7	9	18	32
21	+ 9 19,0	227 5	10	5	7
22	+ 10 29,4	229 0	10	51	41
23	+ 11 45,0	230 51	11	38	16
24	+ 13 6,2	232 38	12	24	52
25	+ 14 32,5	234 21	13	11	28
26	+ 16 5,7	235 59	13	58	4
27	+ 17 44,7	237 33	14	44	40
28	+ 19 30,7	239 3	15	31	17
29	+ 21 23,1	240 27	16	17	55
30	+ 23 22,6	241 48	17	4	32
31	+ 25 30,2	243 4	17	51	11
32	+ 27 45,4	244 16	18	37	49
33	+ 30 8,7	245 24	19	24	28
34	+ 32 40,6	246 29	20	11	8

Dem SSW in der nördlichen Halbkugel entspricht der NNW in der südlichen mit dem Unterschied, daß die Coordinaten folgende Abänderungen erleiden.

Die Breiten werden negativ; die Längenunterschiede bleiben unverändert und die Azimuthe werden gefunden, wenn die obigen von  $540^\circ$  abgezogen werden. Bemerkenswerth ist, daß die entsprechenden Bahnlinien in beiden Halbkugeln gegen den Aequator symmetrisch liegen.

## Tabelle IV.

Bahnlinie eines NNO-Windes.

Anfangspunkt unter  $34^\circ$  nördl. Breite. Azimuth  $\alpha = 22^\circ 30'$  $A = 189^\circ,601$ ;  $\log M = 1,3080380$ .

Breite	Coordinaten		Azimuth	Zeit in		
	Längenunter- schied			St.	M.	S.
34°	0° 0'		22° 30'	0	0	0
33	— 0 33,7		27 47	0	46	40
32	— 1 15,0		32 29	1	33	19
31	— 2 3,4		36 38	2	19	57
30	— 2 58,7		40 16	3	6	35
29	— 4 0,6		43 27	3	53	13
28	— 5 8,8		46 15	4	39	51
27	— 6 22,9		48 43	5	26	27
26	— 7 42,7		50 53	6	13	4
25	— 9 7,7		52 48	6	59	40
24	— 10 38,3		54 30	7	46	16
23	— 12 13,5		56 1	8	32	51
22	— 13 53,3		57 22	9	19	26
21	— 15 37,5		58 34	10	6	1
20	— 17 25,8		59 39	10	52	36
19	— 19 18,0		60 37	11	39	10
18	— 21 13,8		61 29	12	25	43
17	— 23 13,1		62 15	13	12	17
16	— 25 15,5		62 58	13	58	50
15	— 27 20,9		63 35	14	45	23
14	— 29 29,0		64 9	15	31	56
13	— 31 39,7		64 40	16	18	28
12	— 33 52,7		65 7	17	5	0
11	— 36 7,8		65 32	17	51	33
10	— 38 24,9		65 53	18	38	5

Dem NNO in der nördlichen Halbkugel entspricht der SSO in der südlichen, dessen Coordinaten man dadurch erhält, dafs man die Azimuthe von  $180^\circ$  abzieht, den Breiten das negative Zeichen giebt und die Längenunterschiede unverändert beibehält.

Nach diesen in den vorangehenden vier Tabellen beispielsweise berechneten Coordinaten der Bahnlinien von vier Winden in der nördlichen Hemisphäre, die sich zugleich auch (wie unter jeder Tabelle angegeben) leicht in die Coordinaten der vier entsprechenden Winde in der

südlichen Halbkugel umformen lassen, sind auf dem Planiglob Taf. III Fig. 2 die Bahnlinie von acht Winden verzeichnet, welche das allgemeine Gesetz der Polar- und Aequatorial-Strömungen graphisch veranschaulichen, wobei man sich die ersteren (die Polar-Strömungen) unten an der Oberfläche der Erde gegen den Aequator hin, die letzteren oben als Rückströmungen nach den Polen hin, vorzustellen hat.

Die Polar-Strömungen werden durch die steigende Wärme in den südlichen Breiten an Volumen vergrößert und gehoben; die Aequatorial-Strömungen erleiden umgekehrt durch die Abkühlung in nördlicheren Breiten eine Volum-Verminderung und senken sich immer mehr und mehr bis sie zuletzt als Polar-Strömung an der Oberfläche der Erde wieder zum Aequator, oder bis zu einer Zone der Windstillen, zurückkehren.

In den Zonen der Windstillen, welche sich in der Nähe des Aequators und der Wendekreise befinden, muß, nach 2) der Eingangs gegebenen Definition, die Rotationsgeschwindigkeit der Atmosphäre der der Erde gleich seyn.

Die Zonen der Windstillen sind daher gewissermaßen als die Regulatoren anzusehen, welche daselbst die Geschwindigkeit der Atmosphäre an die der Erde und dadurch die Geschwindigkeit der Stürme so regeln, daß sie ein gewisses Maas nicht überschreiten können.

Die Zonen der Windstillen sind daher als Stauungen durch Gegenströme zu betrachten, die ihrer Natur nach nicht an einen festen Ort, wie die Windstillen an den Polen gebunden sind; sie können sich bald südlicher, bald nördlicher schieben und bei erheblichen Ungleichheiten der Gegenströme zeitweise auch wohl ganz verschwinden. Jede Zone der Windstillen bildet aber an der Stelle und so weit wie sie ohne Unterbrechung besteht eine Gränze für die Luftströme; kein Wind kann über die Windstillen hinweg oder gar hindurchgehen und es können von ihnen aus nur Rückströmungen oben in der Höhe stattfinden. — Die hier beispielsweise berechneten und tracirten Bahnlinien der Winde sind in diesem Sinne aufzufassen. Eben so haben

selbstverständlich, bei der Berechnung alle möglichen aber unbekannten Ursachen, welche in der Wirklichkeit die Geschwindigkeit modificiren, als Reibung an der Erdoberfläche, localer Widerstand, Temperatur-Veränderung u. s. w. unberücksichtigt bleiben müssen.

---

IV. *Ueber den hydraulischen Druck von Wasser, welches zwischen zwei Platten unter Wasser ausströmt; von Theodor Reishaus, stud. math.*

---

Im Winter von 1857 zu 58 unternahm ich, angeregt durch den Hrn. Prof. Schönemann und unterstützt durch Hrn. Prof. Knoblauch, der mir mit außerordentlicher Freundlichkeit Hülfsmittel jeglicher Art bot, folgende hydraulische Versuche.

Auf der Brücke *B* (Fig 1 Taf. IV) der Schönemann'schen Brückenwaage war der Apparat festgeschraubt, den ich bei den Versuchen immer den »Abfänger« genannt habe. Dieser Abfänger besteht zunächst in dem Gestell *G*, welches die Säule *a* trägt, an der sich der eiserne Querbalken *b* mittels der Hülse *c* auf und niederschieben kann. Die Hülse *c* wird vermöge einer Metallfeder, die sich in derselben befindet, an *a* angedrückt und kann nöthigenfalls durch die Schraube *d* festgeschraubt werden. Der eiserne Querbalken *b* trägt an dem anderen Ende eine zweite Hülse *e*, in der sich ein unten rechtwinklig gebogener Metallstab *k* auf- und niederschieben läßt. Dieser Stab wird ebenfalls durch eine Feder in *e* gehalten und kann durch die Schraube *l* befestigt werden. Der horizontale Arm desselben trägt eine verticale Schraube, auf welche die Messingplatte *m* geschraubt wird. Das Rohr *R*, welches außerhalb der Waage irgend wie festgemacht ist, trägt eine zweite Platte *n*. Beide Platten *m* und *n*, haben gleichen Durchmesser (in meinen Ver-



suchen 4 Zoll), befinden sich in dem mit Wasser gefüllten Gefäße *A* und können durch die Verschiebung des Messingstabes *k* einander beliebig nahe gebracht werden. Das Rohr *R* führt Wasser von constanter Druckhöhe zwischen die beiden Platten.

Jede Wirkung, welche auf die Platte *m* ausgeübt wurde, konnte ich auf diese Weise an der Scale der Waage ablesen und in Gewichten ausdrücken, und es war mir auf diese Weise möglich, den Druck des zwischen den beiden Platten ausfließenden Wassers zu bestimmen.

Mit dieser Vorrichtung beobachtete ich nun folgende Erscheinungen.

Im Anfange, als ich eine nur geringe Druckhöhe, von etwa 6 Zollen, anwandte, und die Oeffnung *o* (Fig 1 Taf. IV) der Platte *n* vertical war, bemerkte ich allerdings keine Anziehung der Platte *m*; allein der Stofs, welchen der aus *o* ausfließende Wasserstrahl, ohne Vorhandenseyn der Platte *n*, auf die Platte *m* ausübte, wurde durch die Anwesenheit der Platte *n* um ein Bedeutendes verringert. Ich fand nämlich bei einer kreisförmigen Ausflufsöffnung *o*, deren Durchmesser  $\frac{1}{8}$  Zoll war, ohne die Platte *n*, dafs der Stofs des Wassers gegen die Platte *m* etwas über  $\frac{1}{10}$  Loth betrug, während die Anwesenheit der Platte *n* denselben bei gehöriger Annäherung der Platten auf  $\frac{1}{30}$  Loth verminderte.

Um nun den Stofs des Wassers gegen die Platte *m* zu vermeiden oder wenigstens zu verringern, brachte ich in der Oeffnung *o* einen kleinen Kegel an, wie aus (Fig. 2 Taf. IV) deutlich wird.

Bei dieser Einrichtung fand ich, dafs wenn die Platten um  $\frac{1}{8}$  Zoll von einander abstanden, eine Anziehung derselben von etwa  $\frac{1}{10}$  Loth stattfand; entfernte ich die Platten mehr und mehr, so wurde die Anziehung immer geringer und ward Null bei einer Entfernung der Platten um  $\frac{1}{2}$  Zoll.

Um dem Wasser eine gröfsere Geschwindigkeit zu geben, bediente ich mich ferner einer Druckhöhe von 28 Zollen. Bei dieser Druckhöhe war es unnöthig, die Platte mit dem Kegel (Fig. 2 Taf. IV) anzuwenden; denn die Platte

mit verticalem Ausflufs (Fig. 2 Taf. IV) gab selbst in ziemlich grosser Entfernung beider Platten eine bedeutende Anziehung.

Ich fand nämlich, indem die Platte  $n$  15 Zoll unter dem Niveau des Wassers im Gefässe  $A$  (Fig 1 Taf. IV) sich befand, und  $m$  von  $n$  um  $\frac{1}{5}$  Zoll abstand, eine Anziehung von etwas über . . . . . 0,5 Loth;

bei einem Abstände beider Platten um	$\frac{2}{8}$	Zoll:	0,35	"
" " " " " "	$\frac{3}{8}$	"	0,23	"
" " " " " "	$\frac{4}{8}$	"	0,16	"
" " " " " "	$\frac{5}{8}$	"	0,07	"
" " " " " "	$\frac{6}{8}$	"	0, 0	"

Ging ich über diese Entfernung hinaus, so erhielt ich keine Anziehung mehr, sondern einen Stofs, der immer grösser wurde, je weiter ich die Platten von einander entfernte. Erst in einer Entfernung um  $\frac{5}{8}$  Zoll war der Stofs auf die Platte  $m$  eben so gross, wie wenn die obere Platte  $n$  gar nicht vorhanden gewesen wäre.

Zu diesen Auseinandersetzungen habe ich noch hinzuzufügen, dafs beim Beginn eines jeden Experiments, d. h. also, wenn das Wasser im Rohre  $R$  sich eben in Bewegung gesetzt hatte, ein Steigen der Zunge der Waage bemerkbar wurde, welches anzeigt, dafs die Platte  $m$  herunterging, sich also von  $n$  entfernte; erst nach Verlauf einer kurzen Zeit traten die oben angegebenen Erscheinungen ein, die aber dann während eines jeden Versuches constant waren.

Ich bin nun freilich nicht im Stande, eine erschöpfende Erklärung der genannten Erscheinungen zu geben, da der hier stattfindende Vorgang ein sehr zusammengesetzter ist und noch manche Dunkelheiten enthält, deren Aufklärung uns manche wichtige Eigenschaft des Flüssigen kennen lehren würde. Indessen liegen einige Gedanken, die zu der Erklärung der merkwürdigen Erscheinungen führen, ziemlich nahe.

Wir wollen zu dem Ende voraussetzen, das Wasser erführe keine Reibung an den Wänden des Rohres  $R$ , noch irgend ein anderes Hindernifs, bis es zwischen die Platten

gelangt. Diese Voraussetzung dürfen wir machen; denn die Hindernisse würden gerade dieselbe Wirkung haben, als eine Verringerung der Druckhöhe. Wir wollen uns ferner vor der Hand den Stofs des aus der Oeffnung  $o$  (Fig. 2 Taf. IV) mit bedeutender senkrechter Geschwindigkeit ausfliessenden Wassers gegen die Platte  $m$  wegdenken, und wollen endlich, wozu wir vielleicht am wenigsten berechtigt sind, annehmen, dafs die Bewegung des Wassers zwischen den beiden Platten der Hypothese vom Parallelismus der Schichten genüge, d. h., dafs eine Wasserschicht, welche in einem bestimmten Augenblicke einen mit dem Rande concentrischen Cylinderring bildet, nach einiger Zeit einen weiteren aber immer noch mit dem Rande concentrischen Cylinderring bilde, so dafs wir also in allen Theilen eines und desselben Cylinderringes eine und dieselbe Geschwindigkeit setzen können. Unter diesen Voraussetzungen dürfte eine Erklärung der Erscheinung der Anziehung leicht zu geben seyn.

Befindet sich nämlich in einem Gefäfse Wasser in Bewegung, indem durch eine Oeffnung Wasser abfliesst, und nehmen wir an, dafs das Niveau immer in gleicher Höhe erhalten werde, so dafs wir an der Oberfläche die Geschwindigkeit 0 setzen können, so ist der Druck, den ein Wassertheilchen, das sich in der Tiefe  $h$  unter dem Niveau befindet und mit der Geschwindigkeit  $v$  behaftet ist, auszuhalten hat, dem einer Wassersäule von der Höhe

$$h = \frac{v^2}{M}$$

entsprechend, wo  $M$  eine Constante ist, welche in den Lehrbüchern als  $2g$  angegeben wird, welche ich aber lieber mit jenem allgemeinen Zeichen bezeichnen werde. Die hydraulische Druckhöhe ist also gleich der statischen, verringert um die Gröfse  $\frac{v^2}{M}$ . Das Wasser, welches aus der Oeffnung ausfliesst, steht unter dem Druck des dasselbe umgebenden Mittels. Ist dieß die atmosphärische Luft, so steht das ausfliessende Wasser unter demselben Druck, wie das Niveau; mithin mufs, wenn  $H$  die Tiefe der Oeff-

nung unter dem Niveau und  $V$  die Ausflusgeschwindigkeit bezeichnet,

$$H - \frac{V^2}{M} = 0$$

seyn. Uebt dagegen das Mittel, in welches das Wasser durch die Oeffnung ausfließt, einen Druck aus, welcher, um den Druck einer Wassersäule von der Höhe  $H'$  größer ist als am Niveau, so muß

$$H - \frac{V^2}{M} = H'$$

seyn. Der Ausdruck  $h - \frac{v^2}{M}$  wird negativ, wenn  $v$  einen solchen Werth hat, daß  $\frac{v^2}{M}$  größer wird, als  $h$ ; d. h. in diesem Falle würde das betrachtete Wassertheilchen unter einem geringeren als dem atmosphärischen Drucke stehen.

Weißbach hat nun gefunden, daß bei dem von ihm in seiner Hydraulik, S. 171 (Fig. 96) beschriebenen Gefäße, welches aus zwei größeren Wasserbehältern  $A$  und  $B$  (Fig. 4 Taf. IV) besteht, die durch ein enges Rohr  $c$  mit einander verbunden sind, an dieser Verbindungsstelle ein negativer Druck stattfindet, wenn das Wasser durch die Oeffnung  $F$  ausfließt. Er brachte nämlich die Stelle  $c$  durch ein nach unten gebogenes Rohr  $s$  mit einem Wassergefäße  $G$  in Verbindung und fand, daß das Wasser aus letzterem in dem Rohre  $s$  in die Höhe stieg. Diese Erscheinung erklärt sich aus der obigen Formel sofort, indem man bedenkt, daß wenn  $c$  zum Beispiel dieselbe Weite wie  $F$  hat, auch die Geschwindigkeit  $v$  bei  $c$  der Ausflusgeschwindigkeit  $V$  gleich seyn muß, daß der Abstand  $h$  der Stelle  $c$  vom Niveau kleiner ist als die Tiefe  $H$  der Ausflusöffnung, mithin, da  $H - \frac{V^2}{M} = 0$  ist,  $h - \frac{v^2}{M}$  negativ seyn muß; daher wird die in dem Rohre  $s$  zunächst vorhandene und unter atmosphärischem Drucke stehende Luft in  $c$  hineingedrückt, worauf denn das Wasser aus  $G$  nachfolgt.

Die von mir beobachtete Erscheinung scheint mir bis zu einer bestimmten Gränze hin nichts anderes zu seyn, als

eine Modification der Weifsbach'schen. Man wird nämlich bis zu einem bestimmten Abstände der beiden Platten  $m$  und  $n$  den von demselben eingeschlossenen Raum als ein Gefäß ansehen dürfen, und den von ihren Rändern begränzten Cylindermantel als eine rings um das Gefäß angebrachte Oeffnung. Bedeutet nun  $F$  die Gröfse dieser Oeffnung und  $a$  den Abstand beider Platten,  $2R$  den Durchmesser derselben, so ist:

$$F = 2R\pi \cdot a.$$

Die Ausflugschwindigkeit  $V$  wird bei den oben gemachten Voraussetzungen bestimmt durch die Gleichung

$$H - \frac{V^2}{M} = H'$$

wo in unserem speciellen Falle  $H$  die Tiefe der Platten unter dem Niveau des durch  $R$  fließenden Wassers und  $H'$  die Tiefe derselben unter dem Niveau des Wassers im Gefäße  $A$  (siehe Fig. I Taf. IV) bedeutet.

Betrachten wir nun einen mit dem Rande concentrischen Cylindermantel, dessen Basis den Radius  $r$  hat, und ist  $v$  die Geschwindigkeit an der betrachteten Stelle, so ist die hydraulische Druckhöhe an dieser Stelle gleich  $H - \frac{v^2}{M}$ . Der Inhalt  $f$  des betrachteten Cylindermantels ist  $2r\pi \cdot a$ . Die Wassermenge, die in der Zeiteinheit durch  $f$  strömt, muß dieselbe seyn, wie die durch  $F$  ausströmende, also muß  $f \cdot v = F \cdot V$  seyn, also

$$v = \frac{F}{f} \cdot V = \frac{R}{r} \cdot V;$$

also ist  $v$  größer als  $V$ ; mithin geht die Formel  $H - \frac{v^2}{M}$  über in  $H - \frac{R^2}{r^2} \cdot \frac{V^2}{M}$ , eine Gröfse, welche offenbar kleiner als  $H'$  ist. Demnach ist an der betrachteten Stelle der hydraulische Druck geringer, als der von außen wirkende statische Druck, welcher der Höhe  $H'$  entspricht; dasselbe gilt aber von jeder Stelle zwischen den beiden Platten. So lange wir also den Raum zwischen den beiden Platten als ein zusammenhängendes Gefäß betrachten können, dessen Flüssigkeitstheilchen gleichmäfsig an der Bewegung theilnehmen,

so lange ist der hydraulische Druck, unter welchem das Wasser zwischen den beiden Platten steht, geringer als der von aufsen auf die Platten wirkende Druck, und zwar nimmt jener nach dem Rande hin zu; denn je mehr  $r = R$  wird, um so mehr wird  $H - \frac{R^2}{r^2} \frac{V^2}{M} = H'$ .

Indessen wäre es falsch zu behaupten, daß der hydraulische Druck gerade in der Mitte der Platte am geringsten ist. Denn in der Mitte wirkt der Stofs des aus dem Rohre  $R$  mit senkrechter Geschwindigkeit herausströmenden Wassers gegen die Platte  $m$ . Diese senkrechte Geschwindigkeit muß das Wasser erst vollständig verlieren, um dann die waagerechte anzunehmen. Durch dieß fortwährende Strömen des Wassers gegen die Platte  $m$  übt dasselbe einen constanten Druck auf die Platte aus. Die Größe dieses Druckes ist die Trägheitskraft, welche das Wasser bei dem Verluste an Geschwindigkeit entwickelt, und wird demnach, wie leicht zu sehen, ausgedrückt durch

$$\frac{\delta \cdot \varphi \cdot u^2}{g},$$

wo  $\varphi$  die Größe der Oeffnung 0 (Fig. 2 Taf. IV),  $u$  die Geschwindigkeit des bei 0 austretenden Wassers und  $\delta$  das Gewicht der Volumeneinheit Wasser bezeichnet.

In Folge dieses Stofses bemerkt man auch beim Beginn eines jeden Experimentes ein Steigen der Zunge der Waage, was ein Herabgehen der Platte  $m$  anzeigt; im weiteren Verlaufe des Experimentes wird die Wirkung des Stofses durch den nunmehr eintretenden geringeren Druck des Wassers zwischen den Platten aufgehoben.

Die Wirkung dieses Stofses auf die Platte  $m$  ist es auch, welche die bei den weiteren Abständen beobachteten Erscheinungen hervorruft.

Die Geschwindigkeit  $V$  des Wassers beim Austritt aus dem Plattenraume ist unabhängig von dem Abstände der Platten; denn sie wird, wie wir gesehen haben, bestimmt durch die Gleichung

$$H - \frac{V^2}{M} = H';$$

ebenso ist die Geschwindigkeit an irgend einer Stelle zwischen den beiden Platten unabhängig vom Abstände derselben; denn sie wird ausgedrückt durch die Formel

$$v = \frac{R}{r} \cdot V;$$

mithin ist der hydraulische Druck, so lange wir die Flüssigkeit zwischen den beiden Platten als eine zusammenhängende betrachten dürfen, für jeden Abstand derselbe, also auch die Differenz desselben und des von außen auf die Platten wirkenden statischen Druckes constant. Da aber durch  $\varphi$  in der Zeiteinheit das Wasservolumen  $\varphi \cdot u$ , durch  $F$  das Volumen  $F \cdot V$  fließt, so ist

$$\varphi \cdot u = F \cdot V, \text{ also } u = \frac{F \cdot V}{\varphi} = \frac{2 R \pi \cdot V}{q} \cdot a.$$

Die Geschwindigkeit  $u$  ändert sich also in demselben Maasse wie  $a$ ; also wächst der Stofs  $\frac{\partial \varphi u^2}{g}$  wie das Quadrat von  $a$ , ist also bei doppeltem Abstände bereits vier Mal so groß. Folglich muß die von jener Differenz der Drucke innen und außen hervorgerufene Anziehung der Platte  $m$  bei einem bestimmten  $a$  aufgehoben und bei noch größerem  $a$  in eine Abstofsung verwandelt werden.

Es bliebe nun noch die Frage zu erörtern, bis zu welchem Abstände hin man die Flüssigkeit zwischen den beiden Platten als eine zusammenhängende, an der Bewegung gleichmäfsig theilnehmende zu betrachten hat; denn dafs hier eine Gränze stattfindet, sehen wir schon an der beobachteten Thatsache, dafs wenn der Abstand die Gröfse von  $\frac{5}{4}$  Zollen überschritten hat, die Erscheinungen dieselben sind, ob die obere Platte vorhanden ist, oder nicht. Allein um hierüber etwas feststellen zu können, fehlen mir die Experimente, und in meiner Stellung als Student ist es mir leider nicht vergönnt, zu denselben Mittel und Mufse herbeizuschaffen. Ich hege aber die Hoffnung, dafs die bezeichneten Untersuchungen zu wichtigen Resultaten führen würden über die bis jetzt noch völlig unbekannte *Viscosität* oder *Zähigkeit* oder, wie es Weifsbach nennt, *Klebrigkeit* des

Wassers. Denn das, glaube ich, leuchtet wohl ein, daß das Wasser zwischen den Platten nur in Folge dieser Eigenschaft als eine zusammenhängende Masse betrachtet werden kann.

Erst, wenn diese Frage gehörig beantwortet ist, ist es möglich, die gefundenen Resultate der Rechnung zu unterwerfen.

Sollte daher nicht vorher ein Anderer die genannten Untersuchungen übernehmen, so sehe ich mich genöthigt, diese Arbeit erst in einer späteren Zeit zu vervollständigen.

In derselben Weise ließen sich auch die ähnlichen Erscheinungen bei Luft, die in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts viel Aufsehen erregten, besser als es von Clément und Hachette geschehen ist, untersuchen, und es dürfte deshalb die durch ihre an allen Theilen der Brücke gleiche Empfindlichkeit ausgezeichnete Schönemann'sche Brückenwaage in Verbindung mit dem Abfänger, der als eine willkürlich bewegliche Verlängerung der Brücke anzusehen ist, noch einen wesentlichen Apparat für hydraulische Versuche bilden.

Schließlich benutze ich die Gelegenheit, sowohl dem Hrn. Prof. Schönemann, als Hrn. Prof. Knoblauch öffentlich meinen Dank auszusprechen.

Berlin den 6. Juli 1858.

---



V. *Ueber einige Bewegungserscheinungen innerhalb  
des Schließungsbogens der galvanischen Kette;  
von A. Paalzow.*

---

**W**enn man auf eine Kupferplatte, welche mit dem einen Pol einer galvanischen Säule von vier Bunsen'schen Elementen verbunden ist, ein dünnes Platinblech legt und darauf ein Stück Kohle, von der Form eines Halbrings, in dessen einem freien Ende eine Vertiefung angebracht ist so groß, daß ein Quecksilbertropfen darin Platz findet; so geräth die Kohle in eine wiegende Bewegung von ziemlicher Regelmäßigkeit, wenn man in das Quecksilber einen Platindraht hineinführt, der mit dem anderen Pol der Säule communicirt.

Die Anordnung des Versuchs ist durch die Fig. 5 Taf. IV dargestellt, in der *a* eine Kupferplatte, *b* das Platinblech und *c* die Kohle bezeichnet.

Aus den Versuchen über die vortheilhafteste Darstellung dieser Erscheinung ergab sich zugleich, daß Platinblech von der Stärke, wie es gewöhnlich in den Grove'schen Elementen gebraucht wird, sich am besten eignet, daß ganz dünnes Messing- und Kupferblech die Erscheinung viel schwächer und die dünnsten Bleche von anderen Metallen dieselbe gar nicht zeigen. Wurden die Metalle auf eine Kupferplatte von bedeutender Dicke gelöthet, so zeigte sich beim Platin, nachdem der Wieger lange Zeit darauf gestanden und Funken übergegangen waren, eine leise zitternde Bewegung. Als Wieger eignete sich nur gut leitende Kohle, wie sie in den Bunsen'schen Elementen und zur Erzeugung des elektrischen Lichtes gebraucht wird; Holzkohle blieb unbewegt.

Zugleich mit der Bewegung beobachtete man den Uebergang vom Funken zwischen Kohle und Platinblech, und, wenn die Bewegung so heftig wurde, daß beim Wiegen

der Platindraht aufser Berührung mit dem Quecksilber kam, auch zwischen Quecksilber und Platindraht.

Ehe das Wiegen zu Stande kam, bemerkte man stets eine Hebung der Kohle, als ob sie vom Platindraht angezogen würde; oft blieb es auch nur bei dieser Hebung, ohne dafs eine regelmäfsige Bewegung eintrat. Als nächste Ursache der Bewegung konnte die von Ampère theoretisch und experimentell nachgewiesene Abstofsung der beweglichen Theile eines Schließungsbogens der galvanischen Kette vermuthet werden. Hiegegen sprach jedoch schon die Thatsache, dafs nicht auf allen Metallen die Bewegung eintrat, und dafs bei derselben Stromstärke, demselben Quecksilber und Platindraht, bei dem diese lebhafte Bewegung der Kohle erfolgte, eine Abstofsung des Platindrahtes in der Ampère'schen Rinne nicht bewirkt werden konnte, selbst dann nicht, wenn der Ampère'sche Versuch so abgeändert wurde, wie es Fig. 6 Taf. IV darstellt, wo mit *a* ein zweimal rechtwinklig gebogener Platin- oder Eisendraht bezeichnet ist, der an einem Coconfaden hängt, und dessen freie Enden auf den getrennten Quecksilbernäpfen *b* und *b'* ruhen; die Quecksilbernäpfe selbst sind mit den Polen der Säule verbunden. Da nun bei diesem Versuche die Adhäsion zwischen Platin und Quecksilber dieselbe, das Gewicht des Drahtes aber geringer als das der Kohle ist, so mußte geschlossen werden, dafs diese Kraft, welche den Platindraht nicht vom Quecksilber zu stoßen vermag, auch in dem vorliegenden Versuch die Kohle nicht vom Platindraht fortreiben werde.

Es konnte ferner möglich seyn, dafs bei dem Uebergange des Funkens zwischen Kohle und Platin die Kohlentheilchen mit einer Kraft fortgeschleudert würden, welche zur Hervorbringung der in Frage stehenden Bewegung ausreiche. Zu diesem Gedanken führte die Berücksichtigung der Thatsachen, welche de la Rive in seinem *Traité d'Électricité T. II, p. 225* beschreibt. De la Rive hatte seine Versuche mit einer Kette von 10 Grove'schen Elementen an gestellt; es war daher zu untersuchen, ob auch mit vier

Bunsen'schen Elementen eine solche Abstossung hervorgebracht werden könne, welche möglichst den Bedingungen, wie sie beim Wiegen gegeben sind, entspricht. Es wurde daher ein langes schmales Platinblech in verticaler Lage an dem einen Ende befestigt und hier der eine Pol der Säule hingeführt; dem anderen freien und leicht beweglichen Ende wurde eine zugespitzte Kohle angelehnt und zu ihr führte der andere Pol. Nur wenn die Kohle lebhaft verbrannte, hörte man einen leisen Ton und sah eine ganz unbedeutende Bewegung; lag ein breites Kohlenstück am freien Ende des Platinblechs, so unterblieb Beides. Es folgte daraus, dafs auch diese Kraft die eigentliche Ursache der Bewegung nicht seyn könne, sondern dafs eine bereits eingetretene Bewegung von ihr höchstens um ein Geringes vermehrt werde.

Es läfst sich aber zeigen, dafs die Wärme, welche sich beim Uebergang des Funkens im Platin an der Berührungsstelle entwickelt, eine Formveränderung des Bleches hervorbringt, bei der eine Bewegung der Kohle nothwendig erfolgen mufs.

Liegt nämlich der Wieger oder auch ein Stück Kohle mit ebener Basis auf einem Platinbleche, so beobachtet man, wie schon gesagt, beim Uebergang von Funken eine Hebung der Ränder des Bleches. Es wurde nun umgekehrt wie früher auf ein grofses ebenes Stück Kohle ein Platinblech gelegt, und die Kohle mit dem einen, das Platinblech mit dem anderen Pol der Säule verbunden; auch nun zeigte sich beim Auftreten von Funken eine Bewegung des Platinblechs, indem sich an der Stelle, wo ein Funke überging eine nabelförmige Vertiefung, die convexe Seite der Kohle zugewendet, bildete, die eine Hebung der Ränder zur Folge hatte. Dieselbe Formveränderung und Bewegung des Platinblechs erhielt man auch, wenn die Erwärmung durch die Spitze einer Löthrohrflamme bewirkt wurde.

Hiernach kann man sich den Bewegungsvorgang beim Wiegen so deuten: an der Stelle, wo das Platinblech der Kohle am nächsten ist, geht ein Funke über, zugleich

damit findet eine ungleichmäßige Erwärmung und Formveränderung des Bleches statt, so daß die Kohle dadurch aus ihrer Gleichgewichtslage kommt; dadurch wird der Funkenübergang nach einer anderen Stelle verlegt, und darauf erfolgt wieder Bewegung des Bleches und der Kohle. Ist nun das Blech eben, so wird der Funkenübergang da stattfinden, wo die Kohle das Platinblech am stärksten gegen das Kupferblech drückt, so daß mit einer Veränderung der Lage der Kohle auch nothwendig der Funkenübergang wieder da stattfinden wird, wo nun die Kohle berührt. Enthält das Blech dagegen Erhabenheiten und Vertiefungen, so wird die Stelle des Funkenübergangs durch diese bedingt, und die wenig veränderte Lage der Kohle hat keinen Einfluß darauf. Daher erklärt es sich, daß im letzten Falle das regelmäßige Wiegen ausbleibt. Daß die Bewegung durch Anlöthen der Bleche aufgehoben, und bei Metallen, die sich leicht oxydiren, gar nicht zu Stande kommt, folgt auch aus der angenommenen Erklärung.

Die Beschäftigung mit der eben geschilderten Erscheinung, bei der das Quecksilber, wenn auch nur eine untergeordnete, Stelle spielt, gab die Veranlassung die Versuche zu wiederholen, welche zeigen, daß der galvanische Strom, wenn er einen Elektrolyten bei Anwesenheit von freiem Quecksilber zersetzt, dieses und den Elektrolyten in lebhafteste Bewegung bringt.

Helwig <sup>1)</sup> und Gerboin <sup>2)</sup> sind die ersten, welche solche Bewegungen beschrieben haben; Erman <sup>3)</sup>, Herschel <sup>4)</sup>, Pfaff <sup>5)</sup>, Schweigger <sup>6)</sup> und Nobili <sup>7)</sup> wählten sie zum Gegenstande specieller Untersuchungen. Die HAUPTERSCHEINUNGEN sind hier immer so, daß das Quecksil-

1) Gilb. Ann. Bd. 32, S. 261.

2) Gilb. Ann. Bd. 11, S. 340.

3) Gilb. Ann. Bd. 32, S. 284.

4) *Ann. de chim. et de phys.* XXVIII, p. 280. Schweigg. Journ. Bd. 44, S. 191. Schweigg. Journ. Bd. 48, S. 46.

5) Schweigg. Journ. Bd. 48, S. 190.

6) Schweigg. Journ. Bd. 48, S. 324.

7) Schweigg. Journ. Bd. 54, S. 41.

ber sich dem einen Pol nähert und sich wieder von ihm entfernt und dadurch in undulatorische Bewegungen geräth, deren Geschwindigkeit und Art mannichfach je nach der Stärke des Stromes und der Natur der Elektrolyte wechselt; dann dafs der Elektrolyt in eine, meistens regelmäfsige, fortschreitende Bewegung von dem einen zum anderen Pol versetzt wird, und dafs er zu beiden Seiten dieses Stromes Wirbel bildet. Ob die Richtung des Stromes von dem positiven zum negativen Pol gehe, oder umgekehrt, wird durch die Natur der Flüssigkeit bedingt; ferner ob ein oder mehrere Wirbelpaare sich bilden, hängt von der Lage der Zuleitungsdrähte ab.

Die angeführten Beobachter schrieben die Ursache der Bewegung der anziehenden und abstofsenden Kraft der Pole der Säule zu, wobei es nur auffallend war, dafs aufserordentlich geringe Kräfte ziemlich bedeutende Massen in Bewegung setzten. Zwar hatte schon Sérullas <sup>1)</sup> und nach ihm Herschel gefunden, dafs solche Bewegungen sich zeigen, wenn Quecksilberamalgalam in Elektrolyten mit Metalldrähten berührt wird; ferner hatte Runge <sup>2)</sup> gezeigt, dafs ein Kupfervitriolkrystall, den man in eine Kochsalzlösung wirft, die selbst wieder auf Quecksilber gelagert ist, in lebhafteste Bewegung geräth und sich schnell auflöst, wenn man das Quecksilber mit Eisen berührt; dennoch wurden auch diese Erscheinungen der Elektrizität zugeschrieben, welche sich bei der Berührung von verschiedenen Metallen mit Flüssigkeiten erzeugt.

Nach einer anderen Ansicht betrachtet man diese Bewegungserscheinungen als hervorgerufen durch die chemische Einwirkung der Zersetzungsprodukte der Elektrolyten auf das Quecksilber, welchen der galvanische Strom nur eine bestimmte Richtung anweist, indem er die Zersetzung an bestimmten Stellen bewirkt. Diese Ansicht kann durch die nachfolgenden Versuche unterstützt werden.

1) *Ann. de chim. et de phys.* T. 34 p. 192.

2) *Pogg. Ann.* Bd. 8, S. 107 und Bd. 15, S. 93.

*Poggendorff's Annal.* Bd. CIV.

Bringt man einen kleinen Krystall von einfach- oder doppelt chromsaurem Kali in verdünnte Schwefelsäure, in der sich zu gleicher Zeit reines Quecksilber befindet, so geräth das Quecksilber und die Flüssigkeit in dieselben Bewegungen, welche vorher geschildert sind. Nach der Stelle, wo der Krystall liegt, verlängert sich das Quecksilber, zieht sich gleich darauf wieder zurück; in der Flüssigkeit bildet sich ein Strom vom Krystall zum Quecksilber und zu beiden Seiten erscheinen die Wirbel. Der Krystall, wenn er nicht zu schwer ist, wird durch die Bewegung fortgerissen und verändert nun dieselbe, indem er gewissermaßen die Stromcurve mit sich fortführt; er löst sich schneller auf als wenn das Quecksilber nicht vorhanden wäre, und schließlich ist ein Pulver von chromsaurem Quecksilberoxydul niedergefallen.

Um den complicirten Vorgang zu detailliren, wurde auf reines Quecksilber ein Tropfen Wasser gebracht, und ein wenig krystallisirte Chromsäure hineingethan. So wie die Lösung derselben das Quecksilber berührte, breitete sich das Wasser mit großer Geschwindigkeit über die ganze noch freie Quecksilberoberfläche aus, und führte den noch nicht gelösten Rest des Krystalls mit sich fort. Eine Schicht von Quecksilberoxydul und Chromoxyd hat sich auf dem Quecksilber niedergeschlagen und hindert die noch freie Chromsäure ferner oxydirend auf das Quecksilber einzuwirken. Der Cohäsionszustand des Quecksilbers ist so geändert, daß es eine zähe teigige Masse bildet von größerer Breite und geringerer Dicke wie vorher; nur durch Abwaschen der Oxydschicht kann man dem Quecksilber den früheren Aggregatzustand wiedergeben.

Bringt man auf das oxydirte Quecksilber verdünnte Schwefelsäure, so wird die Oxydschicht fortgenommen, unter Bildung von schwefelsaurem Chromsalz und chromsaurem Quecksilberoxydul. Das noch freie Quecksilber nimmt wieder seinen alten Glanz und Flüssigkeitszustand an, und das Wasser, welches sich noch darauf befindet oder dasjenige, welches man neu hinzubringt, zieht sich, seinem capillaren

Verhalten zu Quecksilber gemäß, in seine frühere gewölbte Form zusammen.

Hiernach läßt sich also der vorher erwähnte Vorgang so erklären, daß bei der Auflösung des Krystalls von chromsaurem Kali in verdünnter Schwefelsäure die Flüssigkeit, welche die Lösung enthält, sich mit großer Geschwindigkeit über das Quecksilber verbreitet, es dabei oxydirt und ausbreitet, daß darauf sogleich wieder die Wegnahme der Oxydschicht durch die Säuren erfolgt und das Quecksilber seine alte Lage und Form annimmt. Dadurch erklärt sich einfach die strömende Bewegung der Flüssigkeit vom Krystall zum Quecksilber, wodurch wiederum die Bedingung zur Bildung von Strudeln zu beiden Seiten des Stromes gegeben ist; denn diese beobachtet man immer, wenn von einer Flüssigkeitsmasse nur ein Theil in fortschreitende Bewegung gesetzt wird, und nur Schweigger hat diese Strudel mit den elektromagnetischen Rotationen in Verbindung gebracht.

Aehnlich wie hier die Chromsäure und die Schwefelsäure die Bewegungen des Quecksilbers und der Flüssigkeit bewirken, indem sie es chemisch angreifen, geschieht es beim galvanischen Strom von den Zersetzungsprodukten des Elektrolyten, wie es noch an einem interessanten Beispiel gezeigt werden soll.

Führt man nämlich in einen Tropfen reinen Wassers, der auf ebenfalls sorgfältig gereinigtem Quecksilber liegt, einen Platindraht, der mit dem negativen Pol einer Säule verbunden ist, während ein anderer Platindraht, der die positive Elektrode bildet, sich im Quecksilber befindet, so breitet sich der Wassertropfen auf dem Quecksilber bedeutend aus; kehrt man nun den Strom um, so zieht sich der Wassertropfen nicht allein in seine alte Form zusammen, sondern sein Durchmesser wird geringer wie er vor jener elektrolytischen Einwirkung war, während der Randwinkel sich vergrößert. Dieselbe Zusammenziehung erhält man auch, wenn der Strom gleich zu Anfang so geschlossen wird, daß der Draht im Quecksilber negativ, der im Wasser positiv ist. Diese Bewegung des Wassertropfens verursachen schon

Ströme von sehr geringer chemischer Wirkung, denn bei Anwendung eines Funkeninduktors kann man auf diese Weise deutlich den Oeffnungs- und Schließungsstrom unterscheiden, wenn man den Hammer nicht fortwährend arbeiten läßt, sondern denselben mit der Hand andrückt und abreißt. Bewirkt dann der Schließungsstrom eine Ausbreitung des Wassertropfens, so giebt der Oeffnungsstrom deutlich eine Zusammenziehung, und umgekehrt, je nach der Richtung des Stromes in der Inductionsrolle.

Die Ausbreitung des Wassertropfens hängt mit der Oxydation des Quecksilbers zusammen, welche eintritt wenn es den positiven Pol bildet; das Wasser hat zu dem Oxyde eine größere Anziehung wie zum reinen Quecksilber. Um aber die Zusammenziehung des Wassers zu erklären, wenn das Quecksilber den negativen Pol bildet, müßte man annehmen, daß selbst das best gereinigte Quecksilber an seiner Oberfläche Sauerstoff und eine geringe Menge Oxyd enthalte, wodurch sein capillares Verhalten zu Wasser alterirt wird. Scheidet sich nun an dem Quecksilber Wasserstoff aus, so würde dieser das Quecksilber merklich reinigen und die Abstofsung zwischen Wasser und Quecksilber vermehren. Daß sich die Sache in der That so verhält, beweist folgender Versuch. Auf reinem Quecksilber wird ein Wassertropfen von etwa 6" Durchmesser ausgebreitet, und ein wenig einer Lösung von unterschwefligsaurem Natron oder ein kleiner Krystall dieses Salzes hinzugethan; so wie die Lösung auf die Quecksilberoberfläche kommt, findet augenblicklich eine Zusammenziehung des Wassertropfens statt und der Randwinkel vergrößert sich, gewiß in Folge der oxydirenden Wirkung des unterschwefligsauren Natrons.

Offenbar sind die Ausbreitung und Zusammenziehung eines Wassertropfens auf Quecksilber unter dem Einflusse des galvanischen Stromes die Fundamentalphänomene bei dieser ganzen Klasse von Bewegungserscheinungen; da sich nun beide auf rein chemischem Wege nachbilden lassen, so scheint der Schluß gerechtfertigt, daß auch unter dem Einflusse des galvanischen Stromes die Bewegungen des Queck-



silbers und des Elektrolyten nicht der Elektricität, sondern der chemischen Veränderung des Quecksilbers zuzuschreiben sind, wenn es als Elektrode dient.

---

VI. *Ueber die Verbindungen von Chloraluminium mit den Chloriden des Schwefels, Selen und Tellurs; von Rudolph Weber.*

---

Bei Gelegenheit der Mittheilung über das Jod- und Bromaluminium, vergl. diese Annal. Bd. 103, S. 269, erwähnte ich eines Verfahrens, nach dem das Chloraluminium, dessen Farbe verschieden angegeben wird, als eine schneeweiße Substanz zu erhalten ist. Es wird zu dem Ende das gefärbte Chlorid mit Aluminiumpulver in eine knieförmig gebogene Glasröhre eingeschlossen, das Chlorid geschmolzen und vorsichtig von dem Metallpulver abdestillirt. Bei diesem Prozesse ist es besonders wichtig, daß das Chlorid im geschmolzenen Zustande mit dem Aluminium in Berührung komme, deshalb wird zunächst der Theil des Rohrs, in welchem sich das Gemenge nicht befindet, stark erwärmt; es vermehrt sich hierdurch der Druck im Innern des Rohrs und das Chlorid, welches unter dem gewöhnlichen Druck, ohne vorher flüssig zu werden, sich verflüchtigen würde, schmilzt leicht bei dem vermehrten Druck. Die Flüssigkeit über dem Metallpulver ändert bald die Farbe; durch stärkeres Erwärmen sublimirt dann das flüchtige Chlorid und überkleidet, blendend weiße Krystalle bildend, den kälteren Theil der Röhrenwand.

Wöhler hat diese Angabe über die Farblosigkeit des Chloraluminiums bestätigt<sup>1)</sup>; für die folgenden Versuche

1) Vergl. meine Inauguraldissertation. Göttingen 1858, S. 10.

habe ich mir das reine farblose Chlorid nach dieser Methode verschafft.

Die gelbe Farbe, welche das Chloraluminium gewöhnlich zeigt, rührt wohl in den meisten Fällen von einem geringen Eisengehalte her, der sowohl theils aus dem Alaun, der zur Bereitung der Thonerde benutzt wurde, als auch aus dem Material der Gefäße, in denen die Darstellung des Chlorids geschah, stammen kann; es schien mir indessen damals schon von Interesse, zu prüfen, ob nicht auch andere Substanzen, die dem Chloride möglicher Weise beigemengt seyn könnten, auf dessen Farbe von Einfluss wären. Ich untersuchte aus diesem Grunde das Verhalten des Chlorschwefels zum Chloraluminium. Es kann sich der Chlorschwefel sehr leicht in dem Chloride finden, wenn die benutzte Thonerde etwas basisch schwefelsaure Thonerde enthält, deren Schwefelgehalt unter den Umständen die Entstehung von Chlorschwefel veranlaßt.

Befeuchtet man etwas reines weißes Chloraluminium mit einem Tropfen Schwefelchlorür  $S_2 Cl$ , das zuvor durch Destillation von einem Ueberflus an Schwefel befreit worden ist, so färbt sich dieß bald dunkler gelb, als das Schwefelchlorür an sich gefärbt ist; durch gelindes Erwärmen aber wird das Gemisch tief dunkelroth und bildet bei einem kleinen Ueberschufs von Chlorschwefel eine homogene dickflüssige Masse, in welcher keine Theilchen von Chloraluminium sich weiter unterscheiden lassen. Diese Beobachtung bildete den Ausgangspunkt der folgenden Untersuchung, welche Hr. Prof. Magnus in seinem Laboratorium auszuführen mir gütigst gestattete.

Wird in eine Glasröhre weißes Chloraluminium mit so viel rectificirtem Chlorschwefel eingeschlossen, daß das Chlorid mit dem Chlorschwefel vollständig durchtränkt ist, und dieses dann gelinde erwärmt, so bildet sich eine dunkelrothe Flüssigkeit, deren Farbe an die des Broms erinnert. Es genügt schon die Temperatur des siedenden Wassers, diese Farbe des Gemisches hervorzurufen; auch bildet schon bei niedriger Temperatur dasselbe dann eine homogene dick-

flüssige Masse. Nach einiger Zeit wird das Gemisch wieder heller und nach mehreren Tagen ist es gewöhnlich wieder bräunlich gelb gefärbt, wird dann aber durch Erwärmen wieder intensiv roth. Mit derselben Probe läßt sich dieser Prozeß beliebig oft wiederholen. Erhitzt man das Gemisch in einer knieförmig gebogenen Glasröhre, so destillirt zu Anfang röthlich gefärbter Chlorschwefel über; die später übergehenden Partien sind mehr roth gefärbt, der Rückstand wird dickflüssiger und sehr tief dunkelroth, später verflüchtigt sich der übrige rothe Inhalt bis auf einen kleinen Rückstand. Durch fractionirte Destillation die Producte annähernd zu sondern, gelingt leider nicht. Dieser rothe Körper bildet sich durch Einwirkung von Aluminiumpulver auf Schwefelchlorür; die Wirkung des Metalls ist bei gelinder Erwärmung ziemlich energisch, durch Destillation kann man dann die rothe Verbindung mit dem überflüssigen Chlorschwefel von den nicht flüchtigen Rückständen trennen.

Die entschiedene Farbenveränderung, welche das Gemisch beider Chloride beim Erwärmen zeigt, deutet auf die Bildung einer eigenthümlichen Verbindung hin, welche wahrscheinlich die Elemente der Gemengtheile enthält, aber wohl in einem anderen Verhältniß, als sie in diesem verbunden sind. Eine direkte Verbindung von Chloraluminium und Schwefelchlorür anzunehmen, hat wenig Wahrscheinlichkeit, da erst in höherer Temperatur die Farbe hervortritt und diese nach einiger Zeit wieder theilweise verschwindet; auch sprechen andere Gründe gegen diese Annahme. Da das Schwefelchlorid  $S\text{Cl}$  roth gefärbt ist, so liegt wohl die Vermuthung nahe, daß dieses in unserer Verbindung sich finde; es müßte dann das Schwefelchlorür in Schwefel und Chlorid durch den Einfluß des Chloraluminiums zerfallen; aber auch dieser Annahme widersprechen Thatsachen; zunächst die, daß rothes Schwefelchlorid mit Chloraluminium zusammengebracht, nicht jene eigenthümliche Verbindung bildet. Ich leitete durch etwas Schwefelchlorür, das sich in einer geräumigen Flasche befand,

Chlorgas, und liefs die mit Chlor gefüllte Flasche wohl verschlossen einige Tage im Dunklen stehen. Das Chlorür färbte sich roth durch einen Gehalt an Chlorid; dies bringt aber, mit Chloraluminium in Berührung, nicht jene intensiv rothe Färbung hervor, sogar das Erwärmen des Gemisches ist ohne Einfluß auf dessen Färbung. Ebenso wenig röthet sich das Gemisch des Chlorürs mit dem Chloraluminium, wenn man dasselbe in einen mit Chlorgas gefüllten Kolben bringt.

Mit Wasser in Berührung gebracht, zersetzt sich die rothe Verbindung; es scheidet sich reichlich Schwefel aus, welcher aber durch einen Rückhalt an Chlor weich bleibt; selbst längere Zeit mit Wasser in Berührung gehalten, wird der Chlorgehalt nicht vollständig entfernt. Salpetersäure scheidet ebenfalls Schwefel aus, selbst rauchende Salpetersäure löst die Verbindung in der Kälte unvollständig.

Durch Chlorgas wird die Verbindung wesentlich verändert; es entsteht eine andere eigenthümliche Doppelverbindung, deren Natur leichter zu erforschen ist, deren Entstehung und Eigenschaften wir zunächst erörtern wollen. An eine Glasröhre wurden an zwei benachbarten Stellen Kugeln angeblasen; in die eine derselben wurde das Gemisch von reinem Chlorschwefel und Chloraluminium gebracht, dies durch gelindes Erwärmen zu einer rothen Masse vereinigt und ein Strom trocknen Chlorgases darüber geleitet, während die Kugel gelinde erwärmt wurde. Die Farbe des Inhaltes wurde immer heller, es destillirte röthlich gefärbter Chlorschwefel in die andere Kugel über, und es blieb eine ölige gelblich gefärbte Flüssigkeit in der Kugel zurück, welche, nachdem durch gelindes Erwärmen der Ueberschuß des Chlorschwefels ausgetrieben war, bei gesteigerter Temperatur weißse Dämpfe bildete, und nach dem Erkalten zu einer gelblichen krystallinischen Masse erstarrte. Die Kugelhöhle wurde nun vor der Lampe geschlossen. Der Inhalt der Kugel stellt eine krystallinische gelbliche Masse dar, welche bei 100° geschmolzen wird, sich mit Wasser unter starker Erhitzung zerlegt; es scheidet sich hierbei etwas Schwefel aus, die Lösung enthält neben Salzsäure

und Thonerde auch Schwefelsäure und unterschweflichte Säure; Silberlösung giebt einen grauen Niederschlag, aus dem Ammoniak Chlorsilber auflöst und Thonerde, mit einem schwarzen Rückstande gemengt, ungelöst läßt. Diese Doppelverbindung ist ziemlich stabil; sie läßt sich in einer gebogenen geschlossenen Glasröhre destilliren, ohne dafs äußerlich eine Veränderung derselben bemerkbar wäre.

Dieser Körper zeigt demnach ein ähnliches Verhalten wie jene eigenthümlichen Verbindungen, welche von H. Rose <sup>1)</sup> aufgefunden, und als Verbindungen von Chlormetallen mit einem Chlorschwefel zu betrachten sind, welcher die Zusammensetzung  $S\text{Cl}$  oder  $S\text{Cl}_2$  hat. In diesen Verbindungen finden sich die Chloride einiger Metalle, deren analoge Sauerstoffverbindungen entschieden Säuren bilden: die von Zinn, Titan, Arsen und Antimon. H. Rose erhielt dieselben durch Erwärmen der Schwefelmetalle in einer Chloratmosphäre als leicht schmelzbare oder flüssige Massen, welche zum Theil leicht zersetzt werden.

Die direkte Bestimmung der Bestandtheile unserer Verbindung bestätigte die Vermuthung. Der Gang der Analyse war einfach folgender: Nachdem die Substanz, auf oben beschriebene Weise erhalten, durch gelindes Erwärmen während einiger Zeit in einem Strom von Chlor von einem Ueberschuß an Chlorschwefel befreit war, wurden die Enden der Kugelhöhre abgeschmolzen, der geschmolzene Inhalt der Kugel in das Ansatzrohr gegossen. Diefs darf nicht zu weit seyn, damit die Lösung in der verdünnten Säure nicht zu rasch erfolge und nicht hierdurch Verlust herbeigeführt werde.

Das Rohr wird eingeschnitten, abgebrochen, schnell mit einem Korkstöpsel gut verschlossen, gewogen und hierauf in ein Becherglas mit verdünnter Salpetersäure gebracht. Hier löst sich die Verbindung, unter Zersetzung der Säure und starker Erhitzung, die eine äußere Abkühlung nöthig macht, bis auf eine unwägbare Spur Schwefel, leicht auf. Die Lösung enthält Thonerde, Salzsäure und den Schwefel als Schwefelsäure; Silberlösung fällt zunächst rein weißes Chlor-

1) Pogg. Ann. Bd. XLII, S. 517.

silber. Nachdem aus dem Filtrat der Ueberschufs des Silbersalzes abgeschieden, wurde durch Chlorbarium die Schwefelsäure gefällt und der schwefelsaure Baryt mit der Vorsicht weiter behandelt, welche bei Bestimmung von Schwefelsäure aus Salpetersäure haltenden Flüssigkeiten zu beobachten ist. Nach der Abscheidung des übrigen Baryts wurde durch kohlensaures Ammon die Thonerde gefällt.

Nach dieser Methode gelangte ich zu folgenden Zahlen:

Substanz	1,452 — 1,409
Chlorsilber	4,718 — 4,600
Schwef. Baryt	0,935 — 0,833
Thonerde	0,304 — verfehlt.

hieraus:

Chlor	1,164 — 1,135
Schwefel	0,129 — 0,115
Aluminium	0,162 — 0,159 als Verlust.
	<u>1,455</u> <u>1,409</u>

oder in 100 Theilen:

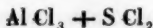
Chlor	80,16 — 80,53
Schwefel	8,88 — 8,15
Aluminium	11,15 — 11,32 (als Rest)
	<u>100,21</u> <u>100,00</u>

Diese Zahlen führen zu dem einfachen Atomverhältniß 1 Al, 1 S, 5 Cl, welche Zusammensetzung erfordern würde:

Chlor	80,34
Schwefel	7,27
Aluminium	12,39
	<u>100,00</u>

was wohl hinreichende Uebereinstimmung liefert.

Hieraus läßt sich als rationelle Formel für unseren Körper combiniren:



Diese Formel möchte wenigstens die größte Wahrscheinlichkeit haben: sie setzt voraus, daß das gewöhnliche Chloraluminium in der Verbindung enthalten sey, gewiß die einfachste Hypothese, gegen welche auch kein Einwand aus den vorliegenden Thatsachen entnommen werden kann. Als zwei-

tes Glied hätten wir dann einen Chlorschwefel von der Zusammensetzung  $S Cl_2$  anzunehmen, welcher nicht isolirbar ist, für dessen Vorhandensein in unserer Verbindung aber die Existenz analoger Verbindungen spricht, in denen der Schwefel durch Selen und Tellur vertreten wird.

Das Selen bildet bekanntlich mit dem Chlor zwei Verbindungen, deren chlorreichste der selenigen Säure analog zusammengesetzt ist; sie bildet ein weißes Krystallaggregat, das ohne vorher zu schmelzen, in gelben Dämpfen flüchtig ist. Diefs Selensuperchlorid wurde mit Chloraluminium in einer verschlossenen Glasröhre gelinde erwärmt. Obgleich keins der Chloride für sich leicht schmilzt, so vereinigen sich doch beide zu einer leicht schmelzbaren Masse; ein Ueberschuß des Selensuperchlorids wird durch stärkeres Erwärmen ausgetrieben, verflüchtigt sich in den charakteristischen gelben Dämpfen und verdichtet sich an einem kälteren Theile der Röhre. Die Temperatur wird bis zum Siedepunkte der Verbindung gesteigert, die Dämpfe derselben condensiren sich früher zu kleinen Tröpfchen, während der Ueberschuß des Selenchlorids nur in den kälteren Theilen der Röhre verdichtet wird, und sich so mit Sicherheit abscheiden läßt.

Diese Doppelverbindung ist gelblich weiß, schmilzt bei  $100^\circ$  zu einer ölartigen Flüssigkeit, die öfter erst nach vollständigem Erkalten erstarrt; sie wird durch Erhitzen dunkler gefärbt, löst sich unter Erwärmung in Wasser auf und scheidet dabei eine Spur Selen aus. Um die Substanz zu analysiren, wurde eine gewogene Menge in Wasser gelöst; die Wägung etc. geschah, wie bei der Schwefelverbindung beschrieben. Aus der Lösung wurde durch einen Strom Schwefelwasserstoff das Selen gefällt, dann das Filtrat etwas erwärmt und Luft hindurch geblasen, um den Ueberschuß des Gases zu entfernen. Hierbei findet unvermeidlich ein kleiner Verlust an Salzsäure statt, aber die Anwendung von Eisenoxysalz zur Abscheidung des Schwefelwasserstoffs ist wegen der Schwierigkeiten einer genauen Trennung von Thonerde und Eisenoxyd hier nicht anwend-

bar. Aus der Flüssigkeit wurde durch Silberlösung die Salzsäure gefällt und endlich die Thonerde durch kohlensauren Ammoniak.

Drei Versuche führten zu folgenden Zahlen:

Substanz	0,941	—	1,345	—	0,800
Chlorsilber	2,723	—	3,877	—	2,318
Thonerde	0,193	—		—	0,185

hieraus:

Chlor	0,672	—	0,956	—	0,572
Aluminium	0,103	—		—	0,098
Selen, als Rest	0,166	—		—	0,130
	0,941				0,800

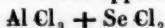
oder in 100 Theilen.

Chlor	71,38	—	71,11	—	74,48
Aluminium	10,94	—		—	12,32
Selen	17,68	—		—	16,20
	100,00				100,00

Eine Verbindung, in welcher 1 Se, 1 Al, 5 Cl vereinigt sind, hat die procentische Zusammensetzung:

Chlor	72,59
Aluminium	11,19
Selen	16,22
	100,00.

mit welchem die gefundenen Zahlen ziemlich übereinstimmen. Die rationelle Formel dieser Doppelverbindung wäre dann:



Auch das der tellurigen Säure analoge Tellurchlorid vereinigt sich mit dem Chloraluminium, aber die Verbindung ist weniger stabil als die vorhergehenden; sie kann nicht ohne theilweise Zersetzung zum Kochen erhitzt werden. Es wurde wie oben in einer verschlossenen gebogenen Röhre das Gemisch beider Chloride erwärmt; dieselben vereinigen sich dann leicht, ein Ueberschufs von Chloraluminium entweicht durch etwas verstärktes Erwärmen. Wird aber die Temperatur weiter gesteigert so treten gelbe Dämpfe, wohl die der Doppelverbindung, auf, welche schnell condensirt werden, aber dabei sublimirt immer wieder etwas Chloralu-



minium in den kälteren Theil der Röhre. Die durch nur gelindes Erhitzen von dem Ueberschufs an Chloraluminium befreite Doppelverbindung ist gelblich weifs gefärbt, leicht schmelzbar, zersetzt sich mit Wasser und scheidet tellurige Säure aus. Verdünnte Schwefelsäure löst sich ohne Rückstand.

Aus dieser Lösung einer gewogenen Menge der Verbindung wurde durch Schwefelwasserstoff das Tellur gefällt, diefs als Schwefeltellur gewogen, Chlor und Thonerde dann wie oben gefällt.

Es ergab sich:

Substanz	0,721	—	0,933
Schwefeltellur	0,271	—	0,363
Chlorsilber	1,875	—	2,415
Thonerde	verfehlt	—	0,172

hieraus:

Tellur	0,180	—	0,242
Chlor	0,462	—	0,596
Aluminium	0,079*	—	0,091

oder in 100 Theile:

Tellur	25,03	—	25,91
Chlor	64,16	—	63,86
Aluminium	10,81*	—	9,82
	100,00		99,59

Die Zusammensetzung angenommen zu

1 Te, 1 Al, 5 Cl

oder:

Al Cl<sub>3</sub> + Te Cl<sub>2</sub>

würde erfordern:

Tellur	23,87
Chlor	65,96
Aluminium	10,17
	100,00

Wird die Temperatur höher gesteigert als zur Entfernung des Ueberschusses an Chloraluminium nöthig ist, die Verbindung bis zu ihrem Siedepunkte, der ziemlich hoch

\* als Rest.

liegt, erhitzt, so zersetzt sich ein Theil derselben und ein an Tellur reicherer Rückstand bleibt zurück. Eine direkte Bestimmung ergab 27,10 — 27,41 Proc. Tellur und 62,41 — 63,40 Proc. Chlor.

Das Chloraluminium bildet also Doppelverbindungen mit den Chloriden der Elemente aus der Gruppe des Schwefels, welche die Zusammensetzung  $R Cl_2$  haben. Mit den für sich isolirbaren Chloriden des Selens und Tellurs erhält man durch unmittelbare Vereinigung jene Verbindungen; das entsprechende für sich nicht isolirbare Chlorid des Schwefels entsteht erst durch den Einfluss des Chloraluminiums aus den niedren Chloriden in der Chloratmosphäre und bildet dann mit dem ersteren eine ziemlich stabile Doppelverbindung.

Wir kommen nun auf die rothe Verbindung zurück. Sehr wahrscheinlich enthält dieselbe aufer Chloraluminium einen Chlorschwefel, welcher reicher an Schwefel ist als das Schwefelchlorür  $S_2 Cl$ . Es wurde schon oben erwähnt, dass destillirter Chlorschwefel mit reinem Chloraluminium sich nur gelb färbt, dass aber beim Erhitzen die Röthung eintritt und nach einigen Tagen wieder verschwindet, durch Erwärmen wieder hervortritt. Löst man aber in dem Schwefelchlorür noch Schwefel auf, so erfolgt bei der Berührung mit dem Chloraluminium die Röthung sofort und ist nun bleibend. Um die Einwirkung der Feuchtigkeit zu hindern, wurden die Substanzen in Glasröhren eingeschmolzen.

Ueberraschend ist das Verhalten der gelblich weissen Doppelverbindung  $Al Cl_3 + S Cl_2$  gegen Schwefel. Bei sehr gelindem Erwärmen, ja zum Theil schon in der Kälte, wird diese vom Schwefel verändert; die etwas weiche Masse färbt sich mit Schwefel in Berührung tief roth, sie zerfließt dabei, es lässt sich durch Erwärmen Chlorschwefel abdestilliren, das später übergehende Destillat aber färbt sich dunkeler; leider ist auch hier keine Trennung möglich. Es ist mir überhaupt noch nicht bis jetzt gelungen eine Methode zu finden, durch welche die rothe Verbindung mit völliger Sicherheit sich isoliren ließe; durch fractionirte Destillation

gelingt dies nicht. Auch wohl nur unvollkommen erreichte ich eine Trennung durch Schwefelkohlenstoff, in welcher Flüssigkeit sich Jod- und Bromaluminium lösen, dagegen das Chlorid nur sehr wenig <sup>1)</sup>. Setzt man zu einem Gemische von Chloraluminium und Chlorschwefel, in dem noch Schwefel gelöst worden und welches bis zur Zertheilung des Chloraluminiums erwärmt ist, das mehrfache Volumen von Schwefelkohlenstoff, so scheidet sich eine rothe dickflüssige Masse aus, die mit dem Glasstabe gut durchgeknetet werden muß, um sie in vielfache Berührung mit dem Schwefelkohlenstoff zu bringen. Dieser entzieht das Schwefelchlorür und hinterläßt endlich eine tief rothe brüchige Masse, welche, einige Zeit unter Schwefelkohlenstoff aufbewahrt, leicht zerreiblich wird. Mit Wasser in Berührung gebracht, entfärbt sie sich, Schwefel scheidet sich als cohärente Masse aus; derselbe enthält aber noch viel Chlor. Von Salpetersäure wird sie nur unvollkommen gelöst.

Ueber die Zusammensetzung dieses rothen Körpers wage ich vorläufig nichts Bestimmtes auszusagen, und bemerke nur, dafs er sehr wahrscheinlich die Elemente Chlor Schwefel und Aluminium enthält, und, wie aus den Umständen unter denen seine Bildung erfolgt zu schliessen ist, neben Chloraluminium vielleicht einen Chlorschwefel einschließt, der mehr Schwefel als das Chlorür  $S_2Cl$  enthält. Wahrscheinlich besteht auch eine der rothen Verbindung analoge, welche Brom statt Chlor enthält; denn eine Auflösung von Schwefel in Brom, die an sich schon roth gefärbt ist, wird in Berührung mit Bromaluminium ebenfalls sehr tief roth. Eine Isolirung gelingt hier aber noch weniger, da die Masse sich in Schwefelkohlenstoff ganz löst.

Das Verhalten der Chloride der anderen Erdmetalle gegen Chlorschwefel zu untersuchen, hoffe ich in nächster Zeit Gelegenheit zu haben.

1) Pogg. Ann. Bd. 103, S. 271.

## VII. Ueber das Niobchlorid; von Heinr. Rose.

Während es mir nicht gelang, mehr als eine Chlorverbindung des Tantals darzustellen, giebt das Niob zwei Chloride, die wie die aus ihnen dargestellten metallischen Säuren zwar verschiedene Eigenschaften zeigen, aber sich so wenig wie Chloride und Oxyde eines und desselben Radicals zu erkennen geben, daß ich lange der Meinung war, sie wären Verbindungen zweier Metalle, bis es endlich gelang, unter bestimmten Umständen die eine oder die andere Chlorverbindung aus einer und derselben Säure zu erhalten, und aus diesen die verschiedenen Säuren im reinen Zustand darzustellen.

Ich nannte früher die Säure, welche aus dem leichter flüchtigen gelben Chloride des Metalls erzeugt worden, Pelopsäure, und die, welche aus dem minder flüchtigen weißen Chloride dargestellt worden war, Niobsäure. Da ich mich für die Benennung Niobium für das Metall entschieden habe, so müssen auch die Benennungen der Verbindungen des Metalls danach verändert werden. Ich habe gefunden, daß das gelbe Chlorid mehr Chlor als das weiße enthält; die aus ersterem dargestellte Säure mußte daher sauerstoffreicher seyn, als die aus letzterem erhaltene. Ich nenne daher das gelbe Chlorid *Niobchlorid*, und die daraus dargestellte Säure *Niobsäure*; das weiße Chlorid mußte daher Niobchlorür, und die demselben entsprechende Säure niobichte Säure genannt werden. Ich habe mich aber nicht zu diesen Benennungen entschließen können, da der Charakter der beiden Säuren durchaus nicht von der Art ist, wie sonst der zweier Oxydationsstufen desselben Radicals. Ich habe daher vorgezogen, der niedrigen Chlorstufe und der daraus dargestellten Säure die Namen *Unterniobchlorid* und *Unterniobsäure* zu geben. Ich mache noch einmal darauf aufmerksam, daß erstere Verbindungen von mir früher Pelopchlorid und Pelopsäure; letztere aber Niobchlorid und

Niobsäure genannt worden sind. Nur die Unterniobsäure ist in den in der Natur vorkommenden niobhaltigen Mineralien gefunden worden; bis jetzt noch nicht die Niobsäure.

Ich habe vor einiger Zeit umständlich das Verfahren angegeben, auf welche Weise das gelbe und das weiße Chlorid des Niobs erzeugt wird, und wie beide im Zustand der Reinheit dargestellt werden können <sup>1)</sup>; zugleich bemerkte ich, daß mir dies früher nicht möglich gewesen war. Das gelbe Chlorid, welches ich in den früheren Zeiten dargestellt hatte, enthielt ungeachtet aller Bemühungen immer etwas vom weißen, von welchem es auf keine Weise durch Erhitzung vollständig getrennt werden konnte, während das weiße Chlorid im reineren Zustand erhalten werden konnte. Alle meine früheren Analysen des gelben Chlorids haben daher einen geringeren Chlorgehalt ergeben, als die des später dargestellten reinen Chlorids, und sind daher ebenso wenig richtig, wie die Untersuchungen der Verbindungen der vermittelt des Chlorids dargestellten Säure.

Das gelbe Niobchlorid wurde zu der quantitativen Untersuchung bei seiner Darstellung in einen Theil der langen Glasröhre, in welcher es erzeugt worden war, geleitet, der an beiden Seiten ausgezogen worden. Nachdem sorgfältig nach der vollendeten Darstellung das im Apparat befindliche Chlorgas durch trockne atmosphärische Luft ersetzt worden war, wurden die ausgezogenen Enden der Glasröhre zugeschmolzen.

Das gelbe Chlorid des Niobs hat Aehnlichkeit mit dem Tantalchlorid, doch ist seine Farbe reiner und etwas tiefer gelb. Es fängt bei niedrigerer Temperatur an sich zu erzeugen, als das Tantalchlorid. Die Temperatur, bei welcher es entsteht, konnte durch ein Thermometer nicht bestimmt werden, aber es erzeugt sich bei einer Temperatur, bei welcher Zink noch nicht schmilzt. Es ist, wie ich schon früher angegeben habe, flüchtiger als das Tantalchlorid, und verflüchtigt sich wie dieses schon vor dem Schmelzen, und zwar schon bei 125° C., während die Verflüchtigung des

1) Pogg. Ann. Bd. 90, S. 456.

Tantalchlorids erst ungefähr bei  $144^{\circ}$  wahrgenommen werden kann. Es schmilzt schon bei etwas niedrigerer Temperatur als dieses, schon bei  $212^{\circ}$ , und erstarrt früher als das geschmolzene Tantalchlorid.

Die Untersuchung des Niobchlorids ist bei weitem schwieriger als die des Tantalchlorids, und kann nicht so genaue Resultate wie dieses geben. Wenn es durch Wasser zer setzt wird, so bleibt eine geringe Menge der Niobsäure in der entstandenen verdünnten Chlorwasserstoffsäure gelöst, die nicht durch Ammoniak so vollständig, wie gelöste Tantal säure gefällt werden kann. Dennoch aber ist von allen Verbindungen des Niobs das Chlorid diejenige, welche sich fast am besten zur Bestimmung des Atomgewichts des Niobs eignet. Um auf die Schwierigkeiten aufmerksam zu machen, die bei der Untersuchung des Chlorids sich finden, will ich die Resultate einiger Versuche hier anführen, aber nur solcher, bei denen ein reines Chlorid angewandt wurde.

1) 1,045 Grm. des Chlorids wurden mit einer grossen Menge von Wasser, mit ungefähr einem Quart, in Berührung gebracht, das Ganze in einem verschlossenen Glase mässig erwärmt, und die ausgeschiedene Säure nach 24 Stunden abfiltrirt. Sie wurde mit heissem Wasser so lange ausgewaschen, bis das Waschwasser keine Spur von Chlor mehr zeigte, und nach dem Trocknen geglüht, wobei sie eine starke Lichterscheinung zeigte. Sie wog 0,506 Grm. Die filtrirte Flüssigkeit mit salpetersaurem Silberoxyd versetzt, gab 2,672 Grm. Chlorsilber. Aus der getrennten Lösung wurde vermittelst Schwefelwasserstoffs das überschüssige Silberoxyd entfernt, und die vom Schwefelsilber getrennte Flüssigkeit in einer Platinschale bis zur Trockniss abgedampft. Es blieb ein sehr geringer brauner Rückstand, der sich mit gelber Farbe in Chlorwasserstoffsäure löste. Die Lösung wieder zur Trockniss abgedampft, gab nach dem Glühen einen aschgrauen Rückstand, der mit saurem schwefelsaurem Kali geschmolzen, nach der Behandlung mit Wasser etwas Ungelöstes hinterliess, das aber wiederum von grauer Farbe war. Nach dem Glühen löste Königs-

wasser aus diesem etwas Platin auf, und hinterliess einen weissen Rückstand von 0,006 Grm.

Es waren erhalten worden:

Niobsäure	49,00
Chlor	63,25
	<hr/> 112,25.

Der Chlorgehalt entspricht aber 14,27 Th. Sauerstoff, was bedeutend von dem bei der Untersuchung erhaltenen Ueberschufs abweicht, so dafs die Analyse nicht richtig seyn konnte. Und in der That, als das erhaltene Chlorsilber durch Zink reducirt, das reducirte Silber nach dem Auswaschen geglüht und mit Salpetersäure behandelt wurde, löste es sich zwar in derselben auf, aber durch Verdünnung mit Wasser entstand eine Trübung, die durch einen Zusatz von Ammoniak im Ueberschufs noch bedeutender wurde.

2) 1,210 Grm. des gelben Chlorids wurden durch Wasser zersetzt und die Flüssigkeit bis zum Kochen erhitzt, die Säure dann abfiltrirt und mit heifsem Wasser so lange ausgewaschen, bis das Waschwasser keine Reaction auf Chlor mehr zeigte. Es wurden 0,674 Grm. geglühte Niobsäure erhalten. Der von der Säure getrennten Flüssigkeit wurde nach dem Erkalten, ohne sie zu erwärmen und ohne sie mit Salpetersäure anzusäuern, salpetersaures Silberoxyd hinzugesetzt. Es wurden 2,839 Grm. Chlorsilber erhalten; im Ganzen also;

Niobsäure	55,69
Chlor	58,02
	<hr/> 113,71.

Dieses Resultat weicht sehr von dem ersten Versuche ab; aber der Chlorgehalt entspricht 13,09 Sauerstoff, was nahe mit dem bei der Analyse erhaltenen Ueberschusse übereinstimmt.

3) 1,246 Grm. des Chlorids wurden wiederum mit Wasser zersetzt, die Flüssigkeit bis zum Kochen erhitzt, die Säure filtrirt und mit heifsem Wasser ausgewaschen. Die Säure wog nach dem Glühen 0,651 Grm. und das in der filtrirten Flüssigkeit durch salpetersaures Silberoxyd gefällte

Chlorsilber 3,006 Grm. Es waren also erhalten

Niobsäure 52,25

Chlor 59,63

---

111,88.

Die Menge des dem Chlorgehalt entsprechenden Sauerstoffs beträgt 13,45.

4) In den Glasröhren, in welchen das Niobchlorid gesammelt wurde, saß ein Theil desselben, welcher dem erhitzten Theile des Glasrohrs am nächsten lag, und deshalb im geschmolzenen Zustande gewesen war, fest an den Wänden des Glases; ein anderer Theil, der sich aus dem dampfförmigen Zustande krystallinisch niedergeschlagen hatte, war grob-pulverförmig, und liefs sich von dem festansitzenden Theile abschütteln. Beide Theile wurden besonders untersucht.

0,560 Grm. des krystallinisch-pulverförmigen Chlorids wurden nach der Zersetzung mit Wasser, durch Ammoniak neutralisirt, und schwach erwärmt, wodurch keine bemerkbare Trübung entstand. Das Ganze wurde einige Zeit gekocht und dann die Säure filtrirt, und aus der filtrirten Flüssigkeit nach Uebersättigung mit Salpetersäure durch salpetersaure Silberoxydlösung das Chlor als Chlorsilber gefällt. Es wurden 0,282 Grm. Niobsäure und 1,392 Grm. Chlorsilber erhalten, oder

Niobsäure 50,36

Chlor 61,43

---

111,79.

Für das erhaltene Chlor sind aber 13,85 Th. Sauerstoff im Aequivalent.

5) 0,576 Grm. des festansitzenden Chlorids wurden mit Wasser zersetzt, das Ganze kurze Zeit hindurch gekocht, und dann die Niobsäure abfiltrirt. Die filtrirte Flüssigkeit gab mit Ammoniak keine Trübung, auch nicht als das Ganze wiederum bis zum Kochen erhitzt wurde. Sie wurde mit Salpetersäure sauer gemacht, und das Chlor als Chlorsilber abgeschieden. Es wurden 0,308 Grm. Niobsäure und 1,366 Grm. Chlorsilber erhalten, oder



Niobsäure	53,47
Chlor	58,68
	<hr/> 112,15.

Das Aequivalent des Chlors an Sauerstoff ist 13,24.

Alle diese Untersuchungen haben, wie wir sehen, keine übereinstimmende und offenbar ungenaue Resultate gegeben, weil das Sauerstoffaequivalent für das erhaltene Chlor nicht gut mit dem Ueberschufs bei der Analyse übereinstimmt. Die Zersetzung geschah vermittelst reinen Wassers, wobei eine nicht ganz unbedeutende Menge von Niobsäure durch die entstandene verdünnte Chlorwasserstoffsäure aufgelöst, und bei der Fällung des Chlorsilbers als niobsaures Silberoxyd gefällt wird. In dem Chlorsilber kann man sich von der Gegenwart der Niobsäure auf die im ersten Versuche angegebene Weise überzeugen. — Die Untersuchung des Niobchlorids bietet deshalb ähnliche Schwierigkeit dar, wie die des Wolframchlorids, dessen Untersuchung die schwierigste unter denen aller Chlormetalle ist, weil noch keine Methode bekannt ist, die Chlorwasserstoffsäure von der Wolframsäure zu trennen, worauf ich schon öfters aufmerksam gemacht habe <sup>1)</sup>. Es mußte deshalb eine andere Methode der Untersuchung des Chlorids angewandt werden.

6) Es wurden 2,023 Grm. des gelben Chlorids in eine Lösung von kohlensaurem Natron gebracht, die aus 30 Grm. des krystallisirten Salzes bestand, das in der zwölffachen Menge Wassers aufgelöst war. Bei der Zersetzung entwich neben der Kohlensäure keine Spur von Chlorwasserstoffsäure und Niobsäure schied sich als saures Natronsalz im flockigen Zustande aus. Das Ganze wurde bis zum Kochen erhitzt, und darauf durch Schwefelsäure schwach sauer gemacht. Beim Erhitzen löste sich viel von der Niobsäure auf, was aber durch die Einwirkung der Schwefelsäure wieder gefällt wurde. Es wurde so lange mit dem Erhitzen fortgefahren, bis alle Kohlensäure ausgetrieben worden war. Die Niobsäure wurde abfiltrirt, und die filtrirte Flüssigkeit mit Ammoniak übersättigt, wodurch sich

1) Ausführliches Handbuch der analyt. Chem. Bd. 2, S. 584.

von Neuem eine geringe Menge von Niobsäure ausschied. Beide Antheile der Säure wurden mit heißem Wasser ausgewaschen. Das Chlor war bald ausgewaschen, aber nicht die Schwefelsäure. Es wurde so lange mit dem Auswaschen fortgefahren, bis das Waschwasser beim Abdampfen keine Spur von Rückstand hinterließ; es enthielt aber dann das Waschwasser noch Schwefelsäure. Die beiden Antheile der Säure wurden in einer Atmosphäre von kohlen-saurem Ammoniak geglüht. Es wurden 1,065 Grm. und durch Ammoniak noch 0,012 Grm. Niobsäure erhalten; und endlich nach Uebersättigung der filtrirten Lösung durch Salpetersäure durch salpetersaures Silberoxyd 4,908 Grm. Chlorsilber. Dasselbe wurde nach dem Schmelzen vermittels Zinks reducirt, und das Silber so lange ausgewaschen, bis das Waschwasser nicht mehr auf Chlor reagirte, dann geglüht und in Salpetersäure gelöst. Es löste sich darin ganz vollständig auf, und die Lösung trübte sich weder durchs Verdünnen mit Wasser, noch durch Uebersättigung mit Ammoniak. — Es wurden erhalten:

Niobsäure	53,23
Chlor	60,00
	<hr/> 113,23.

Das Aequivalent für das Chlor an Sauerstoff ist 13,53.

7) 1,191 Grm. Niobchlorid, auf eine ganz ähnliche Weise wie im sechsten Versuch behandelt, gaben: 0,657 Grm. Niobsäure und 2,810 Grm. Chlorsilber oder

Niobsäure	55,16
Chlor	58,35
	<hr/> 113,35

Der Chlorgehalt entspricht 13,16 Sauerstoff.

8) 2,015 Grm. Niobchlorid gaben nach einer gleichen Behandlung mit kohlen-saurem Natron und Schwefelsäure, 1,064 Grm. Niobsäure und 4,839 Grm. Chlorsilber oder

Niobsäure	52,80
Chlor	59,35
	<hr/> 112,15.

Die Menge des Chlors entspricht 13,39 Sauerstoff.

Diese Analysen des Chlorniobs stimmen bei weitem weniger überein, als die von Verbindungen übereinstimmen müssen, aus deren Zusammensetzung man das Atomgewicht eines einfachen Körpers bestimmen will. Dieser Mangel an Uebereinstimmung rührt aber nur von der Schwierigkeit der Untersuchung selbst her.

Wollen wir aus der Zusammensetzung des Chlorniobs die der Niobsäure berechnen, so können wir dazu nicht die Resultate der ersten 5 Analysen zum Grunde legen, weil diese nach einer fehlerhaften Methode angestellt worden sind. Nun stimmen zwar die der letzten 3 Analysen auch nicht sehr gut überein; da sie aber nach einer, wie ich glaube, besseren Methode ausgeführt sind, und der gefundene Chlorgehalt mehr ein richtiges Aequivalent von dem sich durch den Ueberschufs bei der Untersuchung ergebenden Sauerstoff ist, so möge es erlaubt seyn, aus den letzten 3 Analysen das Mittel zu nehmen, und die Zusammensetzung des Chlorniobs festzusetzen zu:

Niob 40,77

Chlor 59,23

100,00.

Die Zusammensetzung der Niobsäure ist dann

Niob 75,32

Sauerstoff 24,68

100,00.

Wir werden später sehen, daß diese Zahlen sich durch die Zusammensetzung von Verbindungen der Niobsäure und der Unterniobsäure werden verbessern lassen.

Ich nehme keinen Anstand, in der Niobsäure wegen ihrer großen Aehnlichkeit mit der Tantalsäure dieselbe atomistische Zusammensetzung wie in dieser anzunehmen. Es wird sich aus dem Folgenden ergeben, wie sehr dieselbe durch die Zusammensetzung der Unterniobsäure gerechtfertigt wird. Ist aber die Zusammensetzung der Niobsäure  $NbO^3$ , so ist das Atomgewicht des Niob's 610,37, (oder gegen Wasserstoff 48,82), das der Niobsäure 810,37 und das des Niobchlorids 1496,93.

Wenn das Niobchlorid mit Sorgfalt bereitet worden ist, so enthält es keine Spur von Sauerstoff. Man kann sich von der Abwesenheit desselben im Chlorid auf dieselbe Weise überzeugen, wie ich die Abwesenheit des Sauerstoffs im Tantalchlorid bewiesen habe. Wenn man nämlich über gut bereitetes Niobchlorid Schwefelkohlenstoffdampf leitet, und in demselben sublimirt, so wird kein Schwefelniob gebildet, und das Chlorid nicht geschwärzt, wenn bei dem Versuch der Zutritt der atmosphärischen Luft vermieden worden ist.

Das Niobchlorid löst sich unter Chlorwasserstoffentwicklung in concentrirter Schwefelsäure zu einer klaren Flüssigkeit auf; die Auflösung trübt sich durchs Kochen, und bildet beim Erkalten eine ähnliche doch nicht so dicke Gallerte wie das Tantalchlorid unter gleichen Umständen. Wird dieselbe mit Wasser verdünnt, so löst sich im sauren Wasser ein Theil der Niobsäure auf, wird aber das Ganze gekocht, so enthält die abfiltrirte Flüssigkeit fast nichts von derselben.

Wird das Niobchlorid mit Chlorwasserstoffsäure behandelt, so löst es sich darin auf; die Lösung trübt sich nach längerer Zeit und gerinnt. In Wasser löst sich das Ganze nicht vollkommen auf; die filtrirte Lösung ist opalisirend und enthält viel Niobsäure, die aber aus der Flüssigkeit durchs Kochen fast ganz gefällt werden kann. Kocht man dagegen das Niobchlorid mit Chlorwasserstoffsäure, so erhält man eine unklare Lösung, die nicht zu einer Gallerte gerinnt. Setzt man zu derselben Wasser, so bildet dasselbe eine klare Flüssigkeit, die durchs Kochen nicht getrübt wird. Fügt man zu derselben Schwefelsäure, so entsteht durch dieselbe keine Fällung bei gewöhnlicher Temperatur, wohl aber durchs Kochen.

Wird das Niobchlorid mit einer Lösung von Kalihydrat erhitzt, so wird dasselbe größtentheils, aber nicht vollständig gelöst; es ist aber in größerer Menge darin löslich als das Tantalchlorid. Auch eine Lösung von kohlensaurem

Kali löst eine nicht unbedeutende Menge von Niobsäure aus dem Niobchlorid beim Kochen auf.

Das Niobchlorid löst sich im Alkohol zu einer klaren Flüssigkeit auf, und es bleibt nur ein geringer Rückstand, der mit Wasser übergossen, gelatinirt. Wird die klare alkoholische Flüssigkeit in einer Retorte der Destillation unterworfen, so geht zuerst Alkohol und Chloraethyl über und dann Chlorwasserstoffsäure. Es bleibt eine syropsdicke Flüssigkeit zurück, die sich zu einer klaren Lösung in Wasser löst; aus der Lösung scheidet sich aber Niobsäure durchs Kochen ab. Wird der Syrup weiter erhitzt, so fängt er an sich zu schwärzen. Er besteht unstreitig aus niobsaurem Aethyloxyd, das sehr schwer flüchtig ist, denn nur das letzte Destillat, als der Rückstand in der Retorte schon sehr geschwärzt wurde, enthielt etwas Niobsäure.

Wird Niobchlorid in Chlorwasserstoffsäure aufgelöst, fügt man darauf Wasser hinzu, und setzt metallisches Zink hinein, so erhält man eine schöne blaue Farbe. Schöner noch kann man sie bekommen, wenn man das Niobchlorid mit Schwefelsäure übergießt, und dann Wasser und Zink hinzufügt.

#### Niobbromid.

Versuche, um durch ähnliche Behandlungen einer Säure des Niobs vermittelt Brom zwei verschiedene Bromverbindungen des Niobs zu erhalten, wie diefs durch Chlor erreicht werden kann, gelangen etwas unvollkommen, sind indessen auch nicht genug fortgesetzt, und wiederholt worden.

Um ein dem Niobchlorid analoges Bromid darzustellen, wurde eine Säure des Niobs mit vieler Kohle gemengt, und das Gemenge in einem Strome von trockenem Kohlensäuregas stark geglüht; in demselben liefs man es erkalten, und leitete dann einen raschen Strom von Bromgas darüber. Um diesen zu erhalten, wurde trocknes Wasserstoffgas durch flüssiges Brom, und dann über das schwach erhitze Gemenge geleitet. Es erzeugten sich zwar Spuren von Niob-Bromid, die aber durch das zugleich erzeugte Wasser so gleich zersetzt wurden.

Das Brom wurde darauf vermittelt eines raschen Stromes von Kohlensäuregas über das Gemenge geleitet. Es bildete sich ein gelbliches, sehr voluminöses Bromid, das ohne zu schmelzen sich im Bromgas sublimiren liefs. Es war diefs Niobunterbromid. Dasselbe ist schwerflüchtiger als das analoge Niobunterchlorid. Als versucht wurde, dasselbe vom anhängenden freien Brom, dem es auch wohl seine gelbliche Farbe verdankte, durch Sublimation in einem Strome von Kohlensäuregas zu reinigen, verwandelte sich die ganze Menge des Bromids in Unterniobsäure, welche sich nicht sublimiren liefs.

Neben dem gelben Niobunterbromid hatte sich ein purpurrothes Bromid gebildet, das durch gelinde Erwärmung im Bromgase diese Farbe behielt, bei stärkerer Erhitzung aber gelb wurde, und sich verflüchtigte. Es war diefs Niobbromid, das mit einer gewissen Hartnäckigkeit bei etwas höherer Temperatur noch Brom behielt, durch stärkere Erhitzung aber dasselbe verlor.

Um das Niobunterbromid reiner und in gröfserer Menge zu erhalten, wurde Unterniobsäure mit nur der doppelten Menge von Kohle gemengt, das Gemenge zuerst in einem Strome von Kohlensäuregas geglüht, und sodann reiner Bromdampf darüber geleitet. Es bildete sich dadurch eine bedeutende Menge des voluminösen Niobunterbromids, welches sich eben so verhält, wie das, welches aus einem Gemenge erhalten wurde, das eigentlich zur Darstellung des Niobbromids bestimmt war. Es war vollständig in einem Strome von Bromdampf sublimirbar; bei der allmählichen Erkältung absorbirte die Kohle des Gemenges das Bromgas so schnell, dafs das Bromid gegen eine oxydirende Wirkung nicht geschützt werden konnte. Es wurde nach und nach weifs, und konnte auch durch starke Hitze in einer Brom-Atmosphäre nicht mehr verflüchtigt werden.

Das Niobunterbromid verwandelt sich durch Wasser in Unterniobsäure und in Bromwasserstoffsäure; es löst sich dabei von ersterer dem Anschein nach etwas mehr auf, als bei der Zersetzung des Unterniobchlorids durch Wasser

gelöst wird. Durch Erhitzen mit concentrirter Schwefelsäure und concentrirter Chlorwasserstoffsäure wird es gelöst.

---

VIII. *Ueber eine Verbesserung an den Repetitionstheodoliten und Nivellirinstrumenten;*  
*vom Oberlehrer Dr. J. Heussi in Parchim.*

---

Es leidet keinen Zweifel, daß die feineren geodätischen Winkelmesser in den letzten Jahren besonders durch die bessern deutschen mechanischen Werkstätten wesentliche Verbesserungen erfahren haben. Dessenungeachtet bleibt es noch immer wünschenswerth, die Winkelbestimmung bis auf einzelne Sekunden und Bruchtheile der Sekunde mit größerer Sicherheit und Genauigkeit ausführen zu können. Es leuchtet ein, daß ein Instrument, an welchem dieß möglich werden soll, in jeder andern Beziehung zu den vollkommensten in seiner Art gehören muß, sowohl was die Festigkeit der Aufstellung, die Richtigkeit der Limbustheilung, wie der Gleichmäßigkeit und Regelmäßigkeit seiner Centralbewegungen betrifft. Die Instrumente von Ertel und Breithaupt in Cassel lassen in diesen Punkten kaum noch Etwas zu wünschen übrig. Die Befestigung des Körpers an den festen Dreifuß mittelst der bekannten doppelten Spiralfeder giebt ihnen zugleich hinreichende Festigkeit, ohne die Vertikalstellung durch die Stellschrauben des Stativs zu behindern; was die neueren Kreistheilmaschinen für einen fördernden Einfluß auf die Fortschritte in der Limbustheilung gehabt haben, ist bekannt; Gleiches gilt von der Centricität der Zapfenbewegungen und den verschiedenen Mitteln, die wir zur Justirung der Libellenapparate besitzen. Aber die Gränze, bis zu der eine genaue Ablesung, auch mit Hülfe der besten Nonien möglich ist

hat bei allen diesen Verbesserungen keine Berücksichtigung gefunden.

Theilt man den Limbus von 8 Zoll Durchmesser in  $\frac{1}{3}$  Grade, so sind die Theilstriche noch keine  $\frac{1}{4}$ , bei  $\frac{1}{6}$  Graden noch keine  $\frac{1}{8}$  Linie auseinander, was für die Ablesung schon sehr schwierig ist, und im Freien, bei unvortheilhafter Beleuchtung, nur mittelst der Blendscheibe und Lupe beschafft werden kann; durch die Nonien reducirt sich dann der abzulesende Bogen auf resp. 20 und 10 Sekunden, und über diese Gränze hinaus kann man mit einiger Sicherheit, selbst bei der oben angenommenen Dimension des Durchmessers, die zu den bedeutendsten unter den wirklich ausgeführten gehört, nicht gehen. Die gemessenen Winkel bleiben also innerhalb dieser Gränzen von resp. 20" und 10" unsicher, und nur bei den zur Repetition eingerichteten Theodoliten ist es noch möglich, durch Wiederholung die Fehlergränze auf eine geringere Gröfse herunterzubringen; bei den Nivellirinstrumenten bleibt sie in ihrer vollen Ausdehnung und beeinträchtigt daher das Resultat um so mehr, je mehr auf einander folgende Messungen in demselben mit einander verbunden sind.

Die Mechanik besitzt ein Mittel der sicheren und feinen Theilung, das noch lange nicht so oft angewendet wird, als es verdient; das ist die *Differentialschraube*, d. h. eine Schraube, deren Spindel zwei Gewinde von ungleicher Ganghöhe trägt. Denken wir uns hier unter all' den mannichfaltigen Verwendungen der Schraube, immer nur den einfachen Fall, der bei der Mikrometervorrichtung der Meßinstrumente allein vorkommt, und wobei die Spindel die drehende, aber keine fortschreitende Bewegung erhält, die Mutter dagegen eine fortschreitende, aber keine drehende. Bei einem einzigen Gewinde schreitet die Mutter während einer ganzen Umdrehung der Spindel um die Höhe eines Schraubenganges fort; bei zwei Gewinden um die *Differenz* der beiden Ganghöhen. Es kommt also hier gar nicht so sehr darauf an, äußerst feine Schraubengänge zu haben; um eine sehr langsame und regelmäßige Bewegung hervor-



zubringen, wird es genügen, daß die beiden Gewinde nur wenig von einander verschieden, im Uebrigen aber in ihrer ganzen Ausdehnung gleichmäÙig geschnitten seyen. Bringt man dann noch auf der Spindel eine zur Axe der letzteren senkrecht stehende Scheibe an, die an ihrem Umfange etwa in 100 gleiche Theile getheilt ist, und befindet sich am unbeweglichen Theile des Instruments ein Zeiger, bei welchem die Scheibe bei ihrer Drehung mit der Spindel vorbeigehen muß, so zeigt dieser Zeiger sowohl ganze, wie eine beliebige Zahl  $\frac{1}{100}$ -Umdrehungen an; eben so viele Ganghöhen oder Theile einer Ganghöhe ist denn auch die Mutter auf der Spindel fortgeschritten.

Es ist diess genau die von den Mechanikern längst gebrauchte Vorrichtung der geradlinigen Theilmaschine oder des sogenannten Reifserwerks. Sie hat aber dort einen von dem unserigen ganz verschiedenen Zweck, nämlich die Messung oder Theilung einer *geraden Linie*, dahingegen wir sie hier zur *Winkelmessung* verwenden wollen.

Denken wir uns unter *AB* (Fig. 3, Taf. III.) den getheilten Limbus eines Winkelmessers, unter *CD* die Mikrometerschraube; *EF* sey ihr geränderter Kopf, *GH* eine mit der Spindel *CD* festverbundene, an ihrem Umfange getheilte Scheibe, *a, b* seyen die beiden Muttern der zwei ungleichen, doch nur wenig von einander verschiedenen Gewinde, wovon die eine (*b*), sobald überhaupt die Mikrometervorrichtung gebraucht werden soll, durch die Bremsschraube *P* an den Limbus festgeklemmt wird<sup>1)</sup>, die andere (*a*) aber mit der Alhidade verbunden ist und bei ihrer Bewegung diese mit sich führt, rechts oder links, je nachdem die Drehung der Spindel *CD* geschieht. An der Platte *c*, die durch Schrauben mit einer ihr gegenüberstehenden fest verbunden ist, und welche beide als Pfannen für die kugelförmige Mutter *a* dienen, ist ein Elfenbeinstäbchen *uv* befestigt, das mit seiner scharfen Kante die Scheibe *GH* fast berührt, und so in unveränderlicher Stellung einen bestimmten Punkt

1) Der Schraubenkopf *P* ist in Fig. 3 am unrechten Ort gezeichnet; er muß zur Hälfte unter dem Limbus liegen, dort wo der Kreisbogen geschlagen ist. (*P.*)

der sich drehenden Scheibe *GH* angiebt, ganze Umdrehungen oder Bruchtheile einer Umdrehung anzeigt.

Um nun sich dieser Vorrichtung zur Winkelmessung zu bedienen, überzeuge man sich durch wiederholt angestellte Versuche, aus deren Resultaten man das arithmetische Mittel nimmt, welchem Winkelwerthe  $w$  eine ganze Umdrehung der Differentialmikrometerschraube entspricht, wenn diese senkrecht auf den Winkelschenkel, d. h. hier auf den entsprechenden Radius des Alhidadenkreises wirkt. Schiebt die Schraube bei einer Umdrehung den Zeiger *Ca* (Fig. 4.), oder den entsprechenden Alhidadenradius  $r$  bis  $b$  fort, so ist eigentlich  $\frac{ab}{Ca} = \frac{ab}{r} = tg w$ . Für so kleine Winkel, wie hier vorausgesetzt werden, sind aber die Tangenten den Winkeln oder Bogen proportional, und es hat in der That keinen Einfluß auf das Resultat, wenn man diese Annahme bis zu Winkeln von  $30'$  gelten läßt; also kann man jedenfalls schliessen, wenn die Schraube in einem anderen Falle  $\frac{1}{n}$  einer Umdrehung machte, so habe der Zeiger den Winkel oder Bogen  $\frac{w}{n}$  durchlaufen: und wenn man nicht über  $30'$  hinausgeht, so bleibt derselbe Schluß auch noch für die Vielfachen des Winkels  $w$  wahr, d. h.  $m$  Umdrehungen der Schraube entsprechen dem Winkelwerthe  $mw$ , wenn nur  $mw \leq 30'$  bleibt.

Es wird bequem seyn, auf dem Umfange der Theilscheibe *GH* (Fig. 3, Taf. III.) nicht aliquote Theile der Peripherie, sondern lieber ihre entsprechenden Winkelwerthe zu verzeichnen, um während der Messung und Ablesung der Berechnung überhoben zu seyn.

Die beschriebene Vorrichtung läßt sich indefs noch wesentlich vervollkommen, wenn man statt des Zeigers  $uv$  eine zweite Theilscheibe *IH* (Fig. 5.) anbringt, die sich dicht an die erste *GK* anlegt, aber durch die Schrauben  $x, x'$  mit den festen Theilen des Instruments, also etwa mit den Klemmplatten  $c, d$ , oder einem anderen schicklichen Theile des Mikrometerwerks verbunden ist, und deren Theilung zu der

Theilung der ersten Scheibe *GK* die Rolle eines Nonius spielt, so dafs also  $n-1$  Theile von *GK* auf *IH* in  $n$  gleiche Theile getheilt sind. Sind dann die Theile von *GN* in Bogentheile angegeben, so werden die Noniustheile sofort auch in Bogentheile abgelesen werden können.

Es versteht sich, dafs diese letztere, vervollkommnete Vorrichtung, ohne den gewöhnlichen Nonius gebraucht wird, da sie eine viel präcisere Ablesung gestattet, als dieser.

Denken wir uns nun einen Winkelmesser von etwa 6 Zoll Radius des Horizontalkreises, so ist die Peripherie mit Vernachlässigung des Bruches = 452 Linien. Die Mikrometerschraube bestehe aus zwei Gewinden, wovon das eine Gänge hat, deren 29 auf den Zoll gehen, vom andern dagegen 30, so sind die Ganghöhen resp.  $\frac{1}{30}$  und  $\frac{1}{30}$  Zoll, und der Unterschied der Ganghöhe =  $\frac{1}{30}$  Zoll =  $\frac{2}{30}$  Linien. Bei einer vollen Umdrehung rückt solche Schraube also um  $\frac{2}{30}$  vor, und diese Gröfse beträgt bei dem Radius von 6 Zoll, im Bogen 39",5. Eine ganze Umdrehung der Differentialschraube beträgt sonach 39",5; es wäre leicht, einen Radius zu wählen, für den sich hierbei runde Zahlen ergäben, oder auch die Schraubengänge so einzurichten, dafs derselbe Zweck erreicht würde. Theilte man bei den hier vorliegenden Zahlenverhältnissen die grofse Theilscheibe in 395 gleiche Theile, und sollte jeder nicht kleiner werden als  $\frac{1}{4}$  Linie, so würde diefs einen Radius der Theilscheibe von etwa 25 Linien erfordern, so dafs allerdings der Durchmesser über 4 Zoll würde, was manche Unbequemlichkeit mit sich führen würde; diese Theilung ergäbe aber auch 0,1 Sekunde, was gar nicht nöthig ist, da man Bruchtheile noch durch die Noniusscheibe erhalten kann. Ändert man den Radius um ein Geringes, so kann man es dahin bringen, dafs eine Umdrehung der Schraube = 40 Sekunden; theilt man dann die Scheibe in 160 Theile, so giebt jeder Theil  $\frac{1}{4}$  Sekunde an, und die Noniusscheibe kann noch beliebige Theile der  $\frac{1}{4}$  Sekunde bestimmen. Es leuchtet ein, dafs auch andere Verhältnisse gewählt werden können, die sich vielleicht praktisch bequemer erweisen, als die hier bei-

spielsweise angezogenen. Bemerkt muß noch werden, daß beim fertigen Instrumente der Werth einer Umdrehung der Schraube oder Theilscheibe nicht der Rechnung entnommen werden darf, sondern durch wiederholte Versuche festgestellt werden muß, weil man nicht überzeugt seyn kann, daß es dem Künstler gelungen sey, genau nach den theoretischen Zahlen zu arbeiten. Es ist dieß ein Geschäft der Prüfung des Instruments; zu berichtigen ist die Abweichung nachgehends bloß durch Rechnung.

Soll nun mit solcher Vorrichtung ein Winkel gemessen werden, so stellt man das Instrument wie gewöhnlich auf und richtet das Fadenkreuz des Fernrohrs erst durch grobe, dann mittelst der feinen Bewegung auf das erste Object; alle sonst zu beobachtenden Vorsichtsmafsregeln des Einstellens sind auch hier zu nehmen. Ist die Einstellung mit aller Schärfe bewirkt, so liest man die Gradzahl und diejenigen Bruchtheile eines Grades, die der Limbus direkt anzeigt, ab, z. B. wenn der Limbus in  $\frac{1}{3}$  Grade getheilt ist, die  $\frac{1}{3}$  Grade. Dann schraubt man den Index bis zum letzten Theilstrich zurück, zählt die vollen Umdrehungen und liest von der Theilscheibe, mit Hülfe der Noniusscheibe noch die Bruchtheile einer vollen Umdrehung (gleich in Winkelmaafs) ab und addirt: 1) die erste Ablesung (bis zu  $\frac{1}{3}$  Graden nach Annahme unserer Theilung); 2) den Bogen, welcher den vollen Umdrehungen der Theilscheibe entspricht; endlich 3) die Angabe der Noniusscheibe. Die gefundene Summe ist die dem Azimuth des Objects entsprechende Gradzahl. Gerade ebenso verfährt man beim zweiten Objecte; nimmt man dann, wie gewöhnlich, die Differenz beider Resultate, so erhält man die Gröfse des gemessenen Winkels mit fast beliebiger Genauigkeit.

Es würde natürlich ganz nutzlos seyn, diese Genauigkeit bis zu einem Punkte zu treiben, der von der Fehlergränze, welche aus andern constanten Ursachen herrühren, weit übertroffen würde.

# IX. *Ueber die tägliche Schwankung des Windes;* von L. Lose;

Director d. Seiden-Trocknungs-Anstalt in Grefeld.

Bei meinen seit zehn Jahren angestellten meteorologischen Beobachtungen, wo ich täglich neben Barometer-, Thermometer- und Psychrometerstand, auch die herrschende Windrichtung von Morgens sieben Uhr bis Abends elf Uhr verzeichne, bin ich auf eine periodische Aenderung des Windes aufmerksam geworden, welche den Einfluß der Tageszeiten außer Zweifel zu stellen scheint. Indem ich nämlich am Schlusse eines jeden Jahres, unter Zugrundelegung der Lambert'schen Formel, die mittlere Windrichtung für die einzelnen Beobachtungsstunden berechnete, erhielt ich folgende Werthe:

Jahr	7 <sup>h</sup> M.	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	1 <sup>h</sup> Mittags	3 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	Mittel
1848	S. 65° W.	S. 55° W.	S. 64° W.	S. 82° W.	N. 88° W.	N. 77° W.	N. 75° W.	N. 77° W.	N. 83° W.	S. 89° W.
1849	S. 60 W.	S. 84 W.	S. 81 W.	N. 84 W.	N. 76 W.	N. 72 W.	N. 67 W.	N. 64 W.	N. 65	N. 78 W.
1850	N. 68 W.	N. 66 W.	N. 77 W.	N. 71 W.	N. 68 W.	N. 67 W.	N. 63 W.	N. 67 W.	N. 66 W.	N. 68 W.
1851	N. 87 W.	N. 89 W.	N. 80 W.	N. 75 W.	N. 71 W.	N. 63 W.	N. 64 W.	N. 65 W.	N. 68 W.	N. 72 W.
1852	S. 23 O.	S. 18 O.	S. 10 O.	S. 6 W.	S. 22 W.	S. 11 O.	S. 25 O.	S. 47 O.	S. 20 O.	S. 15 O.
1853	S. 57 O.	S. 49 O.	S. 51 O.	S. 51 O.	S. 59 O.	S. 68 O.	S. 71 O.	S. 60 O.	S. 47 O.	S. 55 O.
1854	S. 63 W.	S. 49 W.	S. 64 W.	S. 63 W.	S. 84 W.	N. 87 W.	N. 76 W.	N. 70 W.	N. 85 W.	S. 81 W.
1855	N. 64 O.	S. 73 O.	S. 28 O.	N. 76 O.	N. 29 W.	N. 7 W.	N. 25 O.	N. 23 O.	N. 41 O.	N. 37 O.
1856	S. 31 W.	S. 25 W.	S. 54 W.	S. 62 W.	S. 88 W.	N. 75 W.	N. 65 W.	N. 74 W.	S. 82 W.	S. 76 W.
1857	S. 33 O.	S. 25 O.	S. 27 O.	S. 17 O.	S. 26 O.	S. 33 O.	S. 43 O.	S. 38 O.	S. 37 O.	S. 29 O.

Es ergibt sich daraus, daß im Laufe des Tages Abweichungen von der Haupt-Windrichtung stattfinden, welche, wenn sie auch, gleich den Barometerschwankungen, nur aus größeren Beobachtungsreihen nachgewiesen werden können, doch einen so regelmäßigen Verlauf nehmen, daß sie nicht mehr als zufällig zu betrachten sind.

Beobachtungen Anderer scheinen über diesen Gegenstand nicht vorhanden zu seyn, wenigstens sind mir solche nicht bekannt geworden. Nur bei Kämtz finde ich eine Stelle, welche zeigt, daß man die Existenz dieser periodischen Schwankungen bereits früher vernuthet hat. Derselbe sagt <sup>1)</sup>:

• Wollen wir aber aus den Beobachtungen eines Ortes in höheren Breiten die mittlere Windrichtung für denselben herleiten, so ist die Frage, ob die Tageszeit hierauf einen Einfluß habe, wie dieses in niederen Breiten an Küsten der Fall seyn würde. Schouw glaubt, daß dieses nicht der Fall sey, indem in unseren Climates keine Veranlassung zu seyn scheine, weshalb zu gewissen Tageszeiten ein Wind häufiger wehen solle, als ein anderer. Um diesen Satz zu beweisen, stellt er die Beobachtungen, welche vier Jahre hindurch im Juli zu Kopenhagen angestellt wurden, nach den Tageszeiten zusammen. Wird hieraus Richtung und Stärke hergeleitet, so ergibt sich:

Vormittag:	Richtung S. 49°35' W.	Stärke 0,315
Nachmittag:	„ S. 54°36' W.	„ 0,360
Vormitternacht:	„ S. 63°57' W.	„ 0,367
Nachmitternacht:	„ S. 58° 1' W.	„ 0,364

»Obgleich die mittleren Richtungen im Ganzen ziemlich gut übereinstimmen, so sehen wir doch vom Morgen an eine Bewegung von S. nach W. und in der Nacht wieder zurück. Diese Unterschiede, welche in dem angegebenen Falle nur die Größe von 14° erreichen, werden noch weit bedeutender, wenn die mittlere Stärke der Winde geringer wird; dann kann es wohl geschehen, daß die Strömungen zu verschiedenen Tageszeiten fast diametral entgegengesetzt

1) Kämtz: Lehrbuch der Meteorologie Bd. I, S. 216.

sind. So zeigen 10jährige Beobachtungen von Nicander zu Stockholm folgende Verhältnisse:

7<sup>h</sup> Morgens: Richtung S. 98° 48' W. Stärke 0,165

2<sup>h</sup> Abends: " N. 85° 4' W. " 0,153

9<sup>h</sup> " " S. 50,54' W. " 0,100

Eben so geben 12jährige Beobachtungen von Hemmer in Mannheim:

7<sup>h</sup> Morgens: Richtung N. 24° 5' O. Stärke 0,027

2<sup>h</sup> Abends: " S. 74° 32' W. " 0,134

9<sup>h</sup> " " S. 36° 4' W. " 0,010

»Ob wir hier annehmen müssen, daß in Stockholm am Morgen kalte Luft gegen den baltischen Meerbusen dringe, während zur Zeit der großen Tageswärme ein Seewind sich erhebt, oder daß in dem am östlichen Ufer des Rheins liegenden Mannheim sich am Morgen kalte Ostwinde gegen den Rhein bewegen, wage ich nicht zu entscheiden; das aber geht hieraus wenigstens hervor, daß die Tageszeiten hier eine eben so wichtige Rolle spielen, als bei den meisten übrigen Erscheinungen der Atmosphäre. Bis jetzt fehlt es noch an hinreichenden Beobachtungen, um diesen Einfluß der Tageszeiten zu bestimmen; wenn jedoch der Wind mehrmals am Tage aufgezeichnet ist, so entfernt sich das Endresultat wahrscheinlich nicht bedeutend von der Wahrheit.« Soweit Kämtz.

Da nun durch meine Beobachtungen die Thatsache als erwiesen gelten kann, auch ein Zurückführen der Schwankungen auf Küsteneinflüsse und Aehnliches wegen der Lage Crefelds unzulässig ist, so schien es mir an der Zeit, die Ursache der Erscheinung aufzusuchen. Ich habe zu dem Ende die täglichen Abweichungen des Windes für die einzelnen Monate im mehrjährigem Mittel bestimmt, und die Berechnung hat Resultate ergeben, welche, wie ich glaube, eine vollständige Erklärung enthalten. Ehe ich indess zur Mittheilung derselben übergehe, will ich noch Einiges über die Beobachtungen selbst sagen.

Es sind immer nur acht Winde verzeichnet worden, nämlich N. NO. O. SO. S. SW. W. NW. Die Beobach-



tungen geschahen in den ersten Jahren an der Windfahne eines benachbarten Hauses, was den Uebelstand hatte, daß bei Dunkelheit nicht direct beobachtet werden konnte und also an den Abendstunden annähernde Schätzungen, wobei das Gefühl, der Klang der Glocken etc. als Maafsstab dienten, vorgenommen werden mußten. Sobald ich auf die Periodicität des Windes aufmerksam wurde, entstand in mir der Wunsch eine eigene Windfahne zu beschaffen, welche zu allen Zeiten directe Ablesungen im Innern des Gebäudes gestattete, konnte dies aber nicht früher ausführen als zu Anfang des Jahres 1852, bei Gelegenheit eines damals stattfindenden Wohnungswechsels. Die seitdem auf dem neuen Gebäude angebrachte Windfahne ist 18 Zoll lang und 9 Zoll breit und an einer eisernen Stange befestigt, welche bis in die zweite Etage hinabreicht. Das Ende der Stange läuft in eine Spitze aus, die ihrerseits auf einer Pfanne von Stahl ruht, so daß die Bewegung vollkommen frei und leicht ist. Unter der Decke des Stockwerks befindet sich eine Windrose und ein, an der Stange befestigter Zeiger giebt unmittelbar die Windrichtung an; es können demnach zu allen Tageszeiten genaue Angaben erhalten werden. Ihre Höhe über dem Strafsenpflaster beträgt freilich nur 52 Fuß, doch ragt sie über alle Häuser der Nachbarschaft hervor und Stauungen des Windes sind nicht zu befürchten. Ueberhaupt kommt es ja bei diesen Beobachtungen nicht so sehr darauf an, wie hoch die Fahne in die darüber befindliche Luftschicht hineinragt, als daß keine störenden Einflüsse darauf einwirken und daß die Ablesungen immer an denselben Instrumenten und unter denselben Bedingungen geschehen. Um nun die Resultate nicht zu vermischen und auch, weil die Beobachtungen der ersten vier Jahre für die Abendstunden keine Zuverlässigkeit besitzen, habe ich dieselben bei Ermittlung der monatlichen Schwankungen ganz ausgeschlossen. Ich gebe also im Folgenden nur die Berechnung meiner Beobachtungen von den letzten sechs Jahren 1852 — 1857 incl.

Die Zahl der in diesem Zeitraume verzeichneten Winde betrug, nach den einzelnen Monaten gesondert, für:

## Januar.

	7h	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Summe
N.	9	8	10	9	10	9	9	11	11	86
N. O.	11	11	10	11	12	11	12	12	12	101
O.	18	16	16	15	14	16	20	14	14	149
S. O.	56	60	54	55	53	51	52	54	54	485
S.	36	34	37	31	40	41	34	36	36	323
S. VV.	28	27	29	28	23	21	24	25	25	229
VV.	15	17	22	28	23	25	21	18	18	191
N. VV.	13	13	8	9	11	12	14	16	16	110

## Februar.

	7h	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Summe
N.	25	19	21	22	27	29	29	33	28	233
N. O.	22	28	27	23	20	18	21	19	19	197
O.	10	8	7	10	10	8	6	7	8	74
S. O.	33	35	41	39	38	39	39	40	37	341
S.	12	11	10	6	9	11	10	11	9	89
S. VV.	21	19	13	22	16	16	21	18	23	169
VV.	24	27	30	29	31	26	22	21	19	229
N. VV.	23	23	21	19	19	43	22	21	27	198

## März.

	7h	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Summe
N.	36	39	43	38	36	40	36	39	31	338
N. O.	25	29	27	24	27	29	31	30	29	251
O.	23	13	15	21	19	18	22	26	26	183
S. O.	38	39	32	32	30	30	30	31	35	297
S.	9	10	18	11	12	11	9	6	7	93
S. VV.	15	17	10	15	14	11	9	9	9	109
VV.	15	17	20	18	18	17	17	16	17	155
N. VV.	25	22	21	27	30	30	32	29	32	248

## April.

	7h	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Summe
N.	42	40	32	38	47	46	51	44	46	386
N. O.	28	31	33	28	29	32	28	34	31	274
O.	17	12	16	16	19	17	16	17	17	147
S. O.	33	30	26	23	19	20	21	19	17	208
S.	12	18	20	19	18	10	15	17	20	149
S. VV.	16	17	12	12	11	20	17	16	15	136
VV.	17	16	20	23	15	14	14	14	17	150
N. VV.	15	16	21	21	22	21	18	19	17	170

## Mai.

	7h	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Summe
N.	28	30	26	26	27	34	33	34	32	270
N. O.	34	35	30	27	27	24	30	30	32	269
O.	17	13	19	23	22	24	23	23	21	185
S. O.	29	27	28	25	20	22	22	18	18	209
S.	20	25	18	21	21	15	15	18	18	171
S. VV.	18	19	28	19	19	18	17	18	20	176
VV.	18	21	19	24	21	25	24	24	21	197
N. VV.	22	16	18	21	29	24	22	21	24	197

## Juni.

	7h	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Summe
N.	28	24	23	24	26	32	34	35	35	261
N. O.	18	20	18	18	16	16	18	19	18	161
O.	11	10	11	11	12	13	10	12	12	102
S. O.	24	28	27	26	20	19	20	13	12	189
S.	26	26	26	25	26	24	18	26	29	226
S. VV.	26	25	20	19	25	17	24	19	21	196
VV.	25	24	35	27	27	32	24	23	19	236
N. VV.	22	23	20	30	28	27	32	33	34	249

## Juli

	7h	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Summe
N.	15	16	14	15	22	24	29	27	25	187
N. O.	14	11	13	11	22	16	10	14	16	117
O.	7	8	8	10	9	10	15	13	10	90
S. O.	31	32	28	23	16	15	16	13	14	188
S.	23	19	21	24	17	13	10	13	13	153
S. VV.	32	33	28	25	27	24	26	27	29	251
VV.	26	35	38	38	38	34	33	33	34	309
N. VV.	38	32	36	40	45	50	47	46	45	379

## August.

	7h	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Summe
N.	38	36	34	36	39	40	48	48	45	364
N. O.	17	15	13	11	14	16	16	13	13	128
O.	10	8	12	10	10	12	13	14	13	102
S. O.	30	34	25	20	22	21	19	23	23	217
S.	21	20	25	21	18	15	18	17	21	176
S. VV.	23	23	26	22	20	29	23	21	20	207
VV.	25	27	23	34	28	23	22	22	25	229
N. VV.	22	23	28	32	35	30	27	28	26	251

## September.

	7 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	1 <sup>h</sup>	3 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	Summe
N.	18	21	15	19	23	21	20	22	22	181
N. O.	23	26	28	22	24	29	25	27	27	231
O.	20	13	14	19	14	12	14	16	15	137
S. O.	36	37	34	32	29	30	31	30	35	294
S.	26	30	29	25	24	15	18	19	17	203
S. VV.	16	17	16	19	20	26	18	18	21	171
VV.	27	23	27	30	34	24	27	24	26	242
N. VV.	14	13	17	14	12	23	27	24	17	161

## October.

	7 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	1 <sup>h</sup>	3 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	Summe
N.	7	5	4	6	7	3	6	7	8	53
N. O.	11	12	11	11	13	18	15	12	14	117
O.	13	15	11	8	7	7	9	10	6	86
S. O.	65	64	66	59	57	56	56	65	60	548
S.	33	37	32	32	34	32	37	27	35	299
S. W.	37	30	30	34	26	26	24	29	30	266
VV.	13	18	24	28	28	27	23	22	24	207
N. VV.	7	5	8	8	14	17	16	14	9	98

## November.

	7 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	1 <sup>h</sup>	3 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	Summe
N.	9	9	8	13	7	9	7	5	5	72
N. O.	24	28	23	23	28	29	26	30	30	241
O.	19	12	18	17	15	16	17	16	15	145
S. O.	66	73	67	65	67	66	68	67	65	604
S.	18	13	20	20	15	18	17	14	15	150
S. VV.	14	14	10	13	15	14	14	12	13	119
VV.	15	18	15	16	17	14	16	20	23	154
N. VV.	15	13	19	13	16	14	15	16	14	135

## December.

	7 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	1 <sup>h</sup>	3 <sup>h</sup>	5 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup>	9 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	Summe
N.	8	5	5	5	6	7	7	5	4	58
N. O.	10	11	8	10	12	12	11	12	11	97
O.	9	8	11	9	6	7	8	7	6	71
S. O.	58	57	55	48	45	49	51	47	54	464
S.	34	36	33	37	39	38	38	39	39	333
S. VV.	32	24	22	26	23	23	26	21	27	224
VV.	20	29	37	33	34	32	29	38	30	282
N. VV.	15	16	15	18	21	18	16	17	15	151

## Ganzes Jahr.

	7h	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Summe
N.	263	252	235	251	277	294	309	310	292	2483
N. O.	237	257	241	219	234	250	243	251	252	2184
O.	174	136	158	169	157	160	173	181	163	1471
S. O.	499	516	483	447	416	418	425	416	424	4044
S.	270	279	289	272	273	243	239	241	259	2365
S. W.	278	265	244	254	239	245	243	232	253	2253
W.	240	272	310	328	314	293	272	279	273	2581
N. W.	231	215	232	252	282	289	288	282	276	2347

Hieraus erhält man folgende mittlere Windrichtung:

Monat	7h M.	9h	11h	1h	3h	5h	7h	9h	11h	Mittel
Januar	S. 17° O.	S. 16° O.	S. 10° O.	S. 6° O.	S. 11° O.	S. 10° O.	S. 16° O.	S. 13° O.	S. 13° O.	S. 13° O.
Februar	N. 43 W.	N. 35 W.	N. 9 O.	N. 58 W.	N. 33 W.	N. 33 W.	N. 30 W.	N. 6 O.	N. 37 W.	N. 28 W.
März	N. 44 O.	N. 33 O.	N. 27 O.	N. 23 O.	N. 17 O.	N. 18 O.	N. 23 O.	N. 29 O.	N. 35 O.	N. 28 O.
April	N. 39 O.	N. 36 O.	N. 31 O.	N. 11 O.	N. 18 O.	N. 13 O.	N. 16 O.	N. 22 O.	N. 17 O.	N. 21 O.
Mai	N. 47 O.	N. 52 O.	N. 74 O.	N. 44 O.	N. 3 O.	N. 4 O.	N. 17 O.	N. 11 O.	N. 9 O.	N. 22 O.
Juni	S. 74 W.	S. 57 W.	S. 65 W.	N. 85 W.	S. 87 W.	N. 63 W.	N. 53 W.	N. 47 W.	N. 52 W.	N. 75 W.
Juli	S. 67 W.	S. 66 W.	S. 75 W.	S. 82 W.	N. 76 W.	N. 61 W.	N. 60 W.	N. 62 W.	N. 42 W.	N. 81 W.
August	N. 63 W.	N. 81 W.	N. 85 W.	N. 69 W.	N. 50 W.	N. 50 W.	N. 33 W.	N. 31 W.	N. 42 W.	N. 53 W.
September	S. 36 O.	S. 34 O.	S. 23 O.	S. 13 O.	S. 27 W.	N. 57 W.	N. 52 W.	N. 27 O.	S. 60 O.	S. 23 O.
October	S. 15 O.	S. 17 O.	S. 10 O.	S. 1 W.	S. 1 O.	S. 2 O.	S. 7 O.	N. 10 O.	S. 5 O.	S. 8 O.
November	S. 51 O.	S. 52 O.	S. 51 O.	S. 51 O.	S. 51 O.	S. 54 O.	S. 50 O.	S. 54 O.	S. 50 O.	S. 52 O.
December	S. 3 O.	S. 1 W.	S. 7 W.	S. 12 W.	S. 18 W.	S. 10 W.	S. 6 W.	S. 15 W.	S. 6 W.	S. 8 W.
Jahr	S. 23 O.	S. 16 O.	S. 6 O.	S. 14 W.	S. 35 W.	S. 46 W.	S. 4 W.	S. 40 O.	S. 5 W.	S. 2 O.

Die täglichen Schwankungen betragen also in Graden der Windrose, im:

Januar	= 11°
Februar	= 67°
März	= 27°
April	= 28°
Mai	= 71°
Juni	= 76°
Juli	= 54°
August	= 54°
September	= 267°
October	= 18°
November	= 4°
December	= 21°

und im Mittel aller sechs Jahre = 86°

Die größte Abweichung zeigt sich hier im September: sie ist aber offenbar anomal — eben so die des Februar. Sieht man davon ab, so findet man vom Winter zum Sommer eine so deutlich hervortretende Zunahme, und vom Sommer zum Winter wiederum eine so bestimmte Abnahme der Schwankungen, daß man auch einen Einfluß der Jahreszeiten anerkennen muß. Es ist deshalb wahrscheinlich, daß die *Ursache des Phänomens in der Erwärmung durch die Sonne zu suchen sey* und dasselbe, mit der dadurch veranlaßten aufsteigenden Strömung, (welche zur Erklärung des seitlichen Druckes wirbelartig zu denken ist), in genauem Zusammenhange stehe.

Da eine graphische Darstellung die Einsicht in die Natur der Erscheinung sehr erleichtert, so habe ich nach den obigen Monats- und Jahresmitteln die betreffenden Windcurven gezeichnet, theile hier aber nur in Fig. 6 Taf. III die Jahrescurve mit, weil ich sonst ungebührlich viel Raum in Anspruch nehmen müßte. Die Betrachtung derselben zeigt, daß die Ablenkung der Windfahne von Morgens 7<sup>h</sup> bis Nachmittags 5<sup>h</sup> in der Richtung nach Westen vor sich geht, daß dann eine rückschreitende Bewegung eintritt, welche um 9<sup>h</sup> Abends ihr östliches Maximum erreicht und von da

an wieder westlich wird, um vielleicht gegen Morgen abermals nach Osten zurückzukehren. In dem Verhalten der Monatscurven finden sich dagegen manche Verschiedenheiten; doch ist auch hier bei der Mehrzahl eine, mit der Höhe des Tages zunehmende westliche Abweichung und dabei ein Verschieben der Stunden größter Abweichung in der Winter- und Sommerzeit nicht zu verkennen.

Die auffallenden Schwankungen in den Monaten Februar und September deuten auf Störungen, welche selbst das sechsjährige Mittel nicht hat verwischen können. Ob sie daher rühren, dafs um diese Zeit wesentliche Aenderungen in der Erwärmung der Atmosphäre vor sich gehen, und in Folge davon, die grofsen Strömungen der Luft sich ein anderes Bett suchen, lasse ich dahin gestellt. Es wird diels wenigstens wahrscheinlich, wenn man die Vertheilung der Winde in den Jahreszeiten überblickt, wie sie die Windrose in Fig. 2 Taf. III zeigt. Man ersieht daraus, dafs die Richtung der Winde in den drei Frühlingsmonaten gleichmäfsig nordöstlich und in den drei Sommermonaten ebenso übereinstimmend nordwestlich ist; im September beginnt dann der Uebergang in die südliche und südöstliche Richtung, worin der Wind während des Herbstes und Winters beharrt bis zum Februar, um nun plötzlich die bedeutende Schwankung nach NW zu machen. Doch diese, wie einige andere Eigenthümlichkeiten werden sich erst genügend erklären lassen, wenn eine gröfsere Zahl genauer Beobachtungen vorliegt, wie dann auch die Curve der täglichen Schwankungen und namentlich die Feststellung der Wendestunden erst aus einer gröfseren Beobachtungsreihe mit Sicherheit abgeleitet werden kann. Auch würden die vorliegenden Resultate bereits werthvoller seyn, wenn statt 8 wenigstens 16 Winde oder selbst noch kleinere Winkel verzeichnet wären. Im Vergleich zu der Sorgfalt, womit die übrigen meteorologischen Beobachtungen angestellt werden, sind die bisherigen Messungen des Windes roh zu nennen und eine Verbesserung der Methode möchte wohl wünschenswerth seyn. — Ich würde mich freuen, wenn die

vorstehenden Zeilen hierzu Anregung geben und auch Andere veranlassen würden, dem Gegenstande ihre Aufmerksamkeit zuzuwenden.

## X. Ueber einige Eigenschaften der linearen Verzweigung galvanischer Ströme; von J. Bosscha.

1. Die von Hrn. Kirchhoff gegebenen allgemeinen Gleichungen zur Bestimmung der Intensitäten von Strömen in einem System von irgend welchen linearen Leitern, die irgend welche elektromotorische Kräfte enthalten, führen nicht nur auf eine sichere und leichte Weise zur Lösung von oft sehr verwickelten Problemen, sondern erlauben auch, einige Gesetze der linearen Verzweigung galvanischer Ströme zu entdecken, welche in mehreren Fällen die Rechnung bedeutend vereinfachen. Eine dieser Eigenschaften, auf die wir weiterhin (unter No. 9) zurückkommen werden, ist schon von Hrn. Kirchhoff selber bewiesen worden; eine andere habe ich beiläufig angezeigt in einem Auszuge eines Briefes an den Hrn. Herausgeber dieser Annalen, in welchem ich von den Methoden zur Bestimmung elektromotorischer Kräfte handelte<sup>1)</sup>. Da es besonders diese letztere ist, die zu beträchtlichen Vereinfachungen führen kann, so beabsichtige ich in gegenwärtiger Mittheilung etwas ausführlicher auf sie zurückzukommen, die daraus folgenden Theorien zu entwickeln, und deren Anwendung an einigen Beispielen nachzuweisen.

2. Die Eigenschaft, um welche es sich handelt, ist im folgenden Theorem enthalten:

*Theorem I. Wenn in einem System von irgend welchen Leitern, die irgend welche elektromotorische Kräfte enthalten, sich ein Leiter  $a$  befindet, in dem die Intensität  $= 0$  ist, so ändert sich an den Intensitäten der Ströme in den*

1) Pogg. Ann. Bd. 94, S. 175.



übrigen Leitern nichts, wenn man den Leiter  $a$  durchschneidet oder ihn mit der etwa darin befindlichen elektromotorischen Kraft aus dem Systeme fortnimmt.

Diese Eigenschaft ist eine direkte Folge der Form der Gleichungen des Hrn. Kirchhoff. Denn die Gleichungen, welche, wie dieser Physiker bewiesen hat, zur Bestimmung der Strom-Intensität in jedem dieser Leiter genügen, sind alle von einer dieser beiden Formen:

$$\sum (i) = 0, \quad \sum (ir - k) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

in welchem  $i$  die Intensität des Stroms,  $r$  der Widerstand und  $k$  die elektromotorische Kraft in einem der Leiter bezeichnet. Die erste Summe bezieht sich auf alle Leiter, die sich in einem selben Kreuzpunkte begegnen, die zweite auf alle die, welche eine geschlossene Figur in dem Systeme bilden. Beim bloßen Anblick ersieht man aus diesen Formeln, daß der Werth von  $r$  nur dann in die Gleichungen, welche die Strom-Intensitäten bedingen, eintritt, wenn er mit  $i$  multiplicirt ist. Sobald also  $i = 0$  ist, und demgemäß das Produkt  $ir$  verschwindet, sind die Intensitäten in den übrigen Leitern unabhängig von  $r$ . Man kann also diesen Leiter in seinem Widerstand verändern, ihn durchschneiden oder ganz fortnehmen, ohne dadurch irgend etwas an den Intensitäten in den übrigen Leitern zu ändern. Man könnte zweifeln, ob dieß letztere Verfahren erlaubt sey, weil in dem Fall, daß man gleichzeitig habe  $i = 0$  und  $r = \infty$ , das Produkt  $ir$  die unbestimmte Form  $\frac{0}{\infty}$  annimmt. Indefs, da die Endgleichungen, zu welchen die Lösung der Gleichungen (A) führt, immer erlauben, den Werth von  $i$  vorzustellen durch die Formel

$$i = \frac{K - k}{R + r}$$

in welcher  $K, k$  und  $R$  unabhängig von  $r$  sind, und folglich der Werth von  $ir$  sich für  $r = \infty$  reducirt auf  $K - k$ , welches immer  $= 0$  seyn muß, damit  $i = 0$  sey, so erkennt man, daß das Produkt  $ir$  sich immer aus den Gleichungen (A) eliminirt befindet, wenn der Strom in  $r$  verschwindet.

3. Dieses Theorem gestattet eine bedeutende Verein-

fachung der Lösung aller der Probleme, in welchen es sich darum handelt, die Strom-Intensität in einem der Leiter zu berechnen, welche Theile eines Systems ausmachen, das einen anderen einschließt, in welchem die Strom-Intensität  $= 0$  ist. Diefs ist z. B. der Fall, wenn man die Strom-Intensität in einem der Leiter derjenigen Vorrichtung finden soll, die bei Hrn Wheatstone's Differentialmethode zur Messung von Widerständen angewendet wird.

Fig. 1.



Wenn der Strom, der durch einen in  $r$  befindlichen Rheomotor erzeugt wird, Null ist in dem Leiter  $r_0$ , so kann man durch Anwendung des vorhergehenden Theorems, d. h. durch Fortnahme des Leiters  $r_0$ , die Strom-Intensität mittelst der einfachen Ohm'schen Gesetze in jedem der übrigen Leiter sehr leicht finden. So erhält man die Intensität in  $r$ :

$$i = \frac{e(r_1 + r_2 + r_3 + r_4)}{r(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_2)(r_3 + r_4)} \quad \dots (a)$$

wenn  $e$  die elektromotorische Kraft des Rheomotors bezeichnet. Zu derselben Gleichung gelangt man, wenn man in den von Hrn. Kirchhoff und Hrn. Weber gefundenen Formeln <sup>1)</sup> die bekannte Bedingung  $r_1 r_4 = r_2 r_3$  einführt, welche erfüllt seyn muß, damit  $i = 0$  sey.

4. Ein anderes Beispiel zeigt sich, wenn drei Leiter  $r, r_1, r_2$ , welche die elektromotorischen Kräfte  $e, e_1, e_2$  enthalten, wie in nebenstehender Figur angeordnet, und die elektromotorischen Kräfte gegen denselben Kreuzpunkt  $m$  gerichtet sind. In jedem dieser Leiter kann der Strom Null werden. Gesetzt es sey in  $r_1$ . Da nach Fortnahme dieses Leiters nur eine einfache Kette übrig bleibt, so liefert die Anwendung des Theorems für die Intensitäten in  $r$  und  $r_2$  dieselben Gleichungen, nämlich:

Fig. 2.



$$i = i_2 = \frac{e - e_2}{r + r_2}$$

wenn man die Richtung des Stroms in  $r$  als positiv nimmt

1) Pogg. Ann. Bd. 67, S. 273.

5. Theorem II. Wenn in irgend einem Systeme von linearen Leitern, die irgend welche elektromotorischen Kräfte enthalten, sich ein Leiter  $a$  befindet, der keine elektromotorische Kraft enthält, und in welchem die Strom-Intensität  $= 0$  ist, so werden die Strom-Intensitäten in den übrigen Leitern nicht geändert, wenn man, nach Fortnahme des Leiters,  $a$  die Punkte  $m$  und  $n$ , in welche dieser Leiter auslief, direkt verbindet.

Im Fall der Leiter  $a$  eine elektromotorische Kraft  $e$  enthält, ändert dasselbe Verfahren nichts an den Intensitäten, sobald man eine  $e$  gleiche und in demselben Sinn gerichtete elektromotorische Kraft hinzufügt, entweder in allen im Punkt  $m$  endigenden Leitern oder in denen, die sich im Punkt  $n$  treffen.

Der Beweis des ersten Theiles dieses Theorems ist in dem des vorhergehenden mit enthalten. Da Hrn. Kirchhoffs Gleichungen unabhängig sind von dem Widerstande des einen Leiters, in welchem die Strom-Intensität  $= 0$  ist, so werden die Intensitäten in den übrigen Leitern nicht geändert, wenn man  $r = 0$  nimmt, was offenbar darauf zurückkommt, die Punkte  $m$  und  $n$ , in welche der Leiter  $a$  vom Widerstande  $r$  verläuft, miteinander zu vereinigen.

Wenn sich in diesem Leiter eine elektromotorische Kraft befindet, so muß man sie in Rechnung ziehen, weil, wenn das Produkt  $ir$  in Hrn. Kirchhoff's Gleichungen verschwindet, der Einfluß von  $k$ , welches sich nicht eliminirt findet, keinesweges vernichtet ist. Diefs war in dem vorhergehenden Theorem nicht der Fall, weil offenbar, wenn man  $r = \infty$  setzt, d. h. wenn man diesen Leiter durchschneidet, aller Einfluß von  $k$  auf die Intensitäten in den übrigen Leitern vernichtet ist. Davon kann man sich auch überzeugen, wenn man erwägt, daß in den Endgleichungen, zu welchen die Auflösung der Gleichungen (A) führt, die elektromotorische Kraft  $k$  des Leiters, dessen Widerstand  $r$  ist, sich im Nenner des Ausdrucks für die Intensitäten multiplicirt findet mit einem im Allgemeinen polynomen Coëfficienten, welcher niemals den Widerstand  $r$  enthält.

Da nun  $r$  ein Factor eines oder mehrer Glieder des Nenners ist, so erkennt man leicht, daß der von der elektromotorischen Kraft  $k$  herrührende Theil des Stroms Null ist, wenn  $r$  unendlich ist, was nicht der Fall ist bei den übrigen elektromotorischen Kräften, deren polynome Coëfficienten Glieder enthalten können, in welche  $r$  als Factor eintritt.

Weil also  $k$  nicht eliminirt ist aus den Gleichungen, die man bildete, als man die geschlossenen,  $r$  enthaltenden Figuren des Systems betrachtete, so muß man, nachdem die Punkte  $m$  und  $n$  vereinigt worden, es so einrichten, daß man, wenn man die Gleichungen  $\sum (ir - k) = 0$  in der modificirten Figur componirt, dadurch zu denselben Gleichungen geführt wird, welche entstehen würden, wenn man die primitive Figur betrachtete und in diesen Gleichungen bloß  $r = 0$  setzte. Dahin gelangt man, wenn man die elektromotorische Kraft  $k$  in die Leiter versetzt, welche in einem der beiden Punkte  $m$  oder  $n$  endigen.

Fig. 3.



In der That sey in Fig. 3.  $r$  der Leiter, in welchem  $i = 0$  ist; seyen  $a, b, c$  diejenigen, welche im Punkte  $m$  endigen,  $e, f, g$  die, welche sich in  $n$  kreuzen, so ist

klar, daß alle geschlossenen Figuren, welche in dem ursprünglichen Systeme sich befänden und  $r$  enthielten, durch

Fig. 4.



einen der Leiter  $a, b, c$  gehen müssen. Wenn man also die elektromotorische Kraft des Leiters  $r$  in jeden der im Punkte  $m$  endigenden Leiter  $a, b, c$  versetzt hat, so würden die Gleichungen, welche man bildete, wenn

man in dem modificirten Systeme alle geschlossenen Figuren betrachtete, die einerseits einen der Leiter  $a, b, c$ , und andererseits einen der in  $n$  zusammentreffenden, nämlich  $e, f$  oder  $g$  enthalten, nur durch Auslassung des Gliedes  $ir$  von denen abweichen, zu welchen die Fig. 3 führt. Die

Gleichungen, welche man bilden kann für die geschlossenen Figuren, welche zwei der in der ursprünglichen Figur im selben Punkt endigenden Leiter  $a, b, c$  enthalten, werden durch Hinzufügung der Kraft  $k$  in jedem derselben nicht geändert, weil man, wenn man die Figur nach Angabe des Hrn. Kirchhoff durchläuft, diese elektromotorische Kraft in den beiden Leitern in entgegengesetzter Richtung antrifft. Schließsen wir daraus, daß man bei Bildung der auf die geschlossenen Figuren des modificirten Systems bezüglichen Gleichungen den Einfluß der elektromotorischen Kraft  $k$  in Rechnung ziehen wird, wenn man sie entweder in die im Punkt  $m$  endigenden oder in die in  $n$  zusammen treffenden Leiter versetzt annimmt.

6. Die Vorrichtung des Hrn. Wheatstone liefert uns ein Beispiel von der Anwendung des ersten Theiles dieses Theorems. Vereinigt man in Fig. 1. die Punkte  $m$  und  $n$ ,

Fig. 5.



so erhält man Fig. 5. Man kann also die Intensitäten in jedem dieser Leiter, z. B. in  $r$ , mittelst der einfachen Ohm'schen Formeln berechnen. Man findet:

$$i = \frac{e}{r + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3} + \frac{r_2 r_4}{r_2 + r_4}} \quad \dots (c)$$

Durch Anwendung des Theorems I. erhielten wir in §. 3 die Gleichung (a):

$$i = \frac{e(r_1 + r_2 + r_3 + r_4)}{r(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_2)(r_3 + r_4)}$$

Diese beiden Ausdrücke müssen identisch seyn. Multipliziert man Zähler und Nenner des ersteren mit  $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$ , so findet man, daß die Identität dieser beiden Formeln erfordert, daß man habe:

$$r_1 r_3 \left\{ \frac{r_2 + r_4}{r_1 + r_3} \right\} + r_2 r_4 \left\{ \frac{r_1 + r_3}{r_2 + r_4} \right\} = r_2 r_3 + r_1 r_4 \quad \dots (d)$$

Diese Gleichung läßt sich auf folgende zurückführen:

$$(r_1 r_4 - r_2 r_3)^2 = 0 \quad \dots (e)$$

mithin

$$r_1 r_4 = r_2 r_3$$

was die bekannte Bedingungsgleichung ist, damit  $i_0 = 0$  sey.

7. Der zweite Theil des Theorems II läßt sich anwenden auf die Anordnung in §. 4, bei welcher wir  $i_1 = 0$  annahmen. Nach unserem Theorem muß man die elektromotorische Kraft  $e_1$  in  $r$  und  $r_2$  versetzen. Vereinigt man alsdann die Punkte  $m$  und  $n$ , so bildet das System zwei geschlossene Bahnen, die sich nur in einem Punkt berühren.

Die Intensität ist also in  $r$ :

$$i = \frac{e - e_1}{r} \quad . . . (f)$$

und in  $r_2$

$$i_2 = \frac{e_1 - e_2}{r_2} \quad . . . (g)$$

wenn man in  $r_2$  den Strom als positiv betrachtet, der im ursprünglichen System von  $m$  nach  $n$  gerichtet ist.

Im §. 4 erhielten wir Gleichung (b)

$$i = i_2 = \frac{e - e_2}{r + r_2}$$

bei Combination dieser entweder mit (f) oder mit (g) ersieht man, daß man, damit sie identisch seyen, setzen muß:

$$e_1 (r + r_2) - e r_2 - e_2 r = 0 \quad . . . (h)$$

Berechnet man aber mittelst der Kirchhoff'schen Formeln die Intensität in  $r_1$ , in der ursprünglichen Figur, so erhält man:

$$i_1 = \frac{e_1 (r + r_2) - e r_2 - e_2 r}{r r_1 + r r_2 + r_1 r_2}$$

Die Gleichung (h) ist also die Bedingungsgleichung, damit  $i_1 = 0$  sey.

8. Als allgemeinen Satz kann man hinstellen, daß die Anwendung der beiden Theoreme I und II zu verschiedenen Ausdrücken für die nämliche Intensität führen, und daß die Gleichsetzung dieser beiden Ausdrücke die Bedingungsgleichung liefern wird, welcher genügt seyn muß, damit die in den beiden Theoremen angenommene Hypothese, nämlich daß die Intensität des Stroms in einem der Leiter  $= 0$  sey, erfüllt werde.

9. Theorem III. *In irgend einem Systeme von linearen Leitern, die irgend welche elektromotorische Kräfte enthalten, wird die Strom-Intensität, erzeugt in einem der Leiter  $a$  durch eine in einem anderen  $b$  befindliche elektromotorische Kraft, gleich seyn der, welche in  $b$  durch eine in  $a$  vorhandene gleiche elektromotorische Kraft hervorgebracht werden würde.*

Diese Eigenschaft der Verzweigung galvanischer Ströme, auf welche wir in §. 1 anspielten, ist von Hrn. Kirchhoff in diesen Ann. Bd. LXXII, S. 507 und 508 bewiesen worden. Wir nehmen sie hier wieder auf, weil sie uns zum Erweise der folgenden Theoreme dienen soll. Aus diesem Theorem kann man die wichtige Folgerung ableiten, daß wenn sich in einem Systeme von linearen Leitern ein Leiter  $a$  befindet, in welchem die Strom-Intensität unabhängig ist von der in  $b$  vorhandenen elektromotorischen Kraft, dann umgekehrt die Intensität in  $b$  unabhängig seyn wird von der in  $a$  befindlichen elektromotorischen Kraft.

Wenn mithin bei der Vorrichtung des Hrn. Wheatstone irgend ein in  $r$  angebrachter Rheomotor keinen Strom in  $r_0$  erzeugt, so wird umgekehrt ein in  $r_0$  versetzter Rheomotor keinen Strom in  $r$  erzeugen.

10. Theorem IV. *Wenn sich in irgend einem System von linearen Leitern, zwei Leiter  $a$  und  $b$  befinden, der Art, daß eine in dem einen  $a$  befindliche elektromotorische Kraft keinen Strom in dem anderen  $b$  erzeugt, so verändert sich nichts an der Intensität des Stromes in  $b$ , wenn man den Leiter  $a$  durchschneidet oder fortnimmt, eben so wenig an der Intensität in  $a$ , wenn man den Leiter  $b$  durchschneidet oder fortnimmt, wie auch die elektromotorischen Kräfte in den übrigen Leitern seyn mögen.*

Es reicht hin zu beweisen, daß sich die Intensität in  $b$  nicht ändert, wenn man  $a$  durchschneidet oder fortnimmt, weil, nach der Folgerung aus dem vorhergehenden Theorem wenn ein Rheomotor in  $a$  keinen Strom in  $b$  erzeugt, ein anderer in  $b$  angebrachter keinen in  $a$  hervorbringen wird. Der

Beweis des zweiten Theils des Theorems ist also in dem des ersten mitenthaltten.

Um dieses Theorem zu beweisen, bemerken wir, daß die Endgleichungen, zu welchen die Lösung der Kirchhoff'schen Gleichungen (A) führt, immer von der Form sind

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{ak + a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3 \dots + a_n k_n}{N} \\ i_1 &= \frac{a'k + a'_1 k_1 + a'_2 k_2 + a'_3 k_3 \dots + a'_n k_n}{N} \\ i_2 &= \frac{a''k + a''_1 k_1 + a''_2 k_2 + a''_3 k_3 \dots + a''_n k_n}{N} \\ i_3 &= \frac{a'''k + a'''_1 k_1 + a'''_2 k_2 + a'''_3 k_3 \dots + a'''_n k_n}{N} \\ i_n &= \text{etc.} \end{aligned} \right\} (B)$$

in welchen  $N$ ,  $a$ ,  $a_1$ ,  $a_2, \dots a'$ ,  $a'_1$ ,  $a'_2, \dots$  etc. Functionen von Widerständen sind.

Der Theil des Stromes  $i$ , welcher von der elektromotorischen Kraft  $k_1$  herrührt, ist also:

$$\frac{a_1 k_1}{N}$$

Der des Stromes  $i_1$ , erzeugt durch  $k$ , ist

$$\frac{a'k}{N}$$

Nach Hrn. Kirchhoff's Theorem (§. 9) muß man, wie auch  $K$  seyn möge, haben

$$\frac{a_1 K}{N} = \frac{a' K}{N}$$

oder

$$a_1 = a'$$

Auf dieselbe Weise fände man  $a_2 = a''$ . Die Anwendung des Theorems III liefert also folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a' & a'_2 &= a_1'' & a_3'' &= a_2''' & a_4''' &= a_3'''' \text{ etc.} \\ a_2 &= a'' & a'_3 &= a_1''' & a_4'' &= a_2'''' & & \text{etc.} \\ a_3 &= a''' & a'_4 &= a_1'''' & & \text{etc.} \\ a_4 &= a'''' & & \text{etc.} \\ & \text{etc.} \end{aligned} \right\} (C)$$



Nehmen wir an, zur Fixirung der Ideen, daß eine in  $r_3$  angebrachte Kraft keinen Strom in  $r$  erzeuge. Es handelt sich dann darum zu beweisen, daß, wie auch die elektromotorischen Kräfte in den übrigen Theilen des Systems seyen, die Intensität des Stromes in  $r$  sich nicht ändern werde, wenn man  $r_3$  durchschneidet oder fortnimmt. Nach der Folgerung aus dem Theorem III wird die in  $r$  befindliche elektromotorische Kraft  $k$  keinen Strom in  $r_3$  hervorbringen. Gesetzt die elektromotorische Kraft  $k$  sey die einzige, welche sich in dem System befinde. In diesem Fall würde der Strom in  $r_3$  offenbar  $= 0$  seyn, und die Strom-Intensitäten in den übrigen Leitern wären einfach:

$$\begin{aligned} i &= \frac{ak}{N} \\ i_1 &= \frac{a'k}{N} \\ i_2 &= \frac{a''k}{N} \\ i_3 &= \frac{a'''k}{N} \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Allein nach dem Theorem I könnte man den Leiter  $r_3$  durchschneiden oder fortnehmen, ohne dadurch irgend etwas an diesen Intensitäten zu ändern. Es müssen also die Werthe  $\frac{a}{N}$ ,  $\frac{a'}{N}$ ,  $\frac{a''}{N}$ , etc., welche nur Functionen von Widerständen sind, von  $r_3$  unabhängig seyn. Nach den Gleichungen (C) muß dies auch der Fall seyn für die Werthe  $\frac{a_1}{N}$ ,  $\frac{a_2}{N}$  etc. Aber  $\frac{a}{N}$ ,  $\frac{a_1}{N}$ ,  $\frac{a_2}{N}$ , etc. sind die Coëfficienten der elektromotorischen Kräfte  $k$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ , etc. in der allgemeinen Formel für die Intensität in  $r$ . Daraus schließt man, daß diese Intensität unabhängig ist von  $r_3$ .

11. Ein Beispiel dieser Eigenschaft liefert die Vorrichtung, welche Hr. Rijke zur Messung der Extra-Ströme mittelst des Weber'schen Dynamometers angewandt hat <sup>1)</sup>. Die Leiter waren angeordnet wie in der Fig. 1 S. 461. Die Inductionsrolle befand sich in  $r_1$ , das Dynamometer in  $r_0$ , der

1) Pogg. Ann. Bd. 102, S. 498.

Rheomotor in  $r$ . Um die durch die Extra-Ströme bewirkten Ablenkungen des Dynamometers gehörig beobachten zu können, war nothwendig, dafs dieß Instrument nicht von dem Strom des in  $r$  angebrachten Rheomotors afficirt wurde. Damit überdieß die Ablenkungen des Dynamometers ein vergleichbares Maaß für die lebendigen Kräfte der beiden, beim Oeffnen und Schließsen der Kette in  $r$ , erzeugten Extraströme gäben, mußte ein Strom in  $r_0$ , der von einer in  $r_1$  befindlichen elektromotorischen Kraft herrührte, unverändert bleiben, mochte der Leiter  $r$  unterbrochen oder geschlossen werden. Hr. Rijke hat bewiesen, indem er mittelst der Kirchhoff'schen Formeln die Intensität berechnete, welche in  $r_0$  erzeugt wird, wenn eine elektromotorische Kraft in  $r$  und eine andere in  $r_1$  vorhanden ist, dafs, wenn bei der von ihm angewandten Vorrichtung die erste Bedingung erfüllt worden, es auch die zweite ist.

Nach dem eben von uns bewiesenen Theorem wäre dieß noch der Fall, wenn sich elektromotorische Kräfte in  $r_2, r_3, r_4$  befänden. Ueberhaupt werden in irgend einem System von Leitern die beiden Bedingungen immer gleichzeitig erfüllt seyn.

12. Wenn wir unser Theorem auf die Berechnung der Intensitäten, erzeugt in  $r_0$  durch die in  $r, r_1$  befindlichen elektromotorischen Kräfte  $e, e_1$ , anwenden, so können wir im Fall, dafs  $e$  keinen Strom in  $r_0$  bewirkt, den Leiter  $r$  durchschneiden. Die Berechnung der Intensität in  $r_0$  reducirt sich dann auf die Anwendung der bekannten Ohm'schen Gesetze. Man erhält somit:

$$i_0 = \frac{e_1(e_2 + e_4)}{r_0(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_3)(r_2 + r_4)} \dots (i)$$

Multiplcirt man Zähler und Nenner des zweiten Gliedes dieser Gleichung durch  $\frac{r_2}{r_2 + r_4}$  und erwägt, dafs

$$r_1 r_4 = r_2 r_3$$

so findet man leicht:

$$i_0 = \frac{e_1 r_2}{r_0(r_1 + r_2) + r_3(r_1 + r_2)} \dots (k)$$

was die Gleichung ist, zu welcher Hr. Rijke durch Anwendung der Kirchhoff'schen Formeln gelangt ist.

13. Theorem V. Wenn in irgend einem System von linearen Leitern sich zwei Leiter  $a$  und  $b$  befinden, der Art, daß eine in  $a$  angebrachte elektromotorische Kraft keinen Strom in  $b$  erzeugt, so wird die Strom-Intensität in  $b$  nicht geändert, wenn man, nach Fortnahme des Leiters  $a$ , die Punkte  $m$  und  $n$ , in denen dieser endigte, direct vereinigt, wie auch die elektromotorischen Kräfte in den übrigen Leitern beschaffen seyn mögen. Umgekehrt wird die Stromintensität in  $a$  nicht geändert, wenn man dasselbe Verfahren auf den Leiter  $b$  anwendet.

Nach der Bemerkung, die dem Beweise des Theorems IV vorangeht, ist der Beweis des zweiten Theils dieses Theorems in dem des ersten eingeschlossen.

Der Beweis des Theorems IV gilt auch für dieses. Da der Strom in  $b$  unabhängig ist von dem Widerstand in  $a$ , so kann man diesen  $= 0$  setzen, d. h. die Punkte  $m$  und  $n$  direkt verbinden, ohne dadurch etwas an der Intensität in  $b$  zu ändern. Die elektromotorische Kraft des fortgenommenen Leiters, welche in einem diesem (dem Theorem II) analogen Fall in die benachbarten Leiter verlegt werden mußte, findet sich in dem Ausdruck für die Intensität in  $b$  eliminiert, weil offenbar sein Coëfficient  $= 0$  ist.

14. Bei der von Hrn. Rijke angewandten Vorrichtung kann man auch die Intensität  $i_0$  berechnen, wenn man das System so ändert, daß der Leiter  $r$  fortgenommen ist und die Punkte  $p$  und  $q$  sich berühren. Das System nimmt alsdann die Form der Fig. 6 an und die Intensität kann

Fig. 6.



nach den Ohm'schen Gesetzen berechnet werden. Da indess die Rechnung für diesen Fall nicht anders als etwas verwickelt seyn kann, so ist es wichtig ihn möglichst zu vereinfachen. Man gelangt dahin, wenn man, statt die in  $r_0$  durch eine in  $r_1$  befindliche elektromotorische Kraft  $e$ , erzeugte Intensität zu berechnen, diejenige berechnet, welche in  $r_1$  erzeugt wird durch die

in  $r_0$  angebrachte elektromotorische Kraft  $e_1$ . Nach dem Theorem III (dem Kirchhoff'schen) werden diese Intensitäten gleich seyn.

Es handelt sich also darum, bei der Vorrichtung der

Fig 7.



Fig. 7 zu berechnen, welche Intensität in  $r_1$  durch eine in  $r_0$  befindliche elektromotorische Kraft  $e_1$  erzeugt wird. So findet man leicht für den gesuchten Werth des Stromes  $i_0$ :

$$i_0 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \cdot \frac{e_1}{r_0 + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + \frac{r_3 r_4}{r_3 + r_4}} \dots (l)$$

Diese Gleichung läßt sich unter die Form bringen:

$$i_0 = \frac{e_1(r_2 + r_4)}{r_0(r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_4}{r_2} + r_4) + (r_2 + r_4) \left[ r_1 + r_3 \left( \frac{r_4 r_1 + r_4}{r_2 + r_4} \right) \right]}$$

Durch Anwendung des Theorems IV fanden wir in §. 12 für dieselbe Intensität die Gleichung (i)

$$i_0 = \frac{e_1(r_2 + r_4)}{r_0(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_2 + r_4)(r_1 + r_3)}$$

Diese beiden letzten werden identisch seyn, wenn man hat

$$* \quad \frac{r_1 r_4}{r_2} = r_3$$

welche Gleichung die Bedingung ausdrückt, damit ein Rheomotor in  $r$  keinen Strom in  $r_0$  hervorbringe.

15. Ueberhaupt wird die Anwendung der beiden Theoreme IV und V zu verschiedenen Ausdrücken für die nämliche Intensität führen, und die Gleichsetzung dieser Ausdrücke wird die Bedingungsgleichung liefern, welcher genügt seyn muß, damit die in den beiden Theoremen angenommene Hypothese, nämlich, daß der durch die in  $a$  befindliche elektromotorische Kraft entspringende Strom in  $b$  Null sey, erfüllt werde.

Leiden den 26. März 1858.

# XI. Ueber die Rinden der Meteorsteine; vom Freiherrn von Reichenbach.

## V.

In meiner letzten Mittheilung (IV) <sup>1)</sup> ist auseinandergesetzt, welche Beschaffenheiten der Rinde der Meteoreisenmassen zukommen, heute wünsche ich eine Betrachtung über die der Meteorsteine folgen zu lassen. Wenn gleich beiderlei Aërolithe vollständig in einander übergehen und nicht scharf getrennt werden können, so treten doch da, wo die eine oder die andere Substanz vorherrschend oder allein vorhanden ist, Verschiedenheiten in der Beschaffenheit der Rinde auf, die erheblich genug sind, um genauere Untersuchung zu heischen.

Jedermann weiß, woher diese Rinden in der Regel rühren, nämlich von dem mit Feuererscheinungen und Hitze begleiteten Durchgange der Meteoriten durch unsere Atmosphäre. In meiner letzten Abhandlung habe ich gezeigt, daß eine große Anzahl der Eisenmassen, alle nämlich, welche wir auf dem Erdboden aus alter Zeit auffinden, davon eine Ausnahme machen, und keine *Brandrinde*, sondern eine *Rostrinde* späterer Entstehung tragen. Dieses Gesetz nun gilt auch für die Meteorsteine, nur in einem weit eingeschränkteren Maassstabe. Wir besitzen nämlich nur zwei Meteorsteine, welche auf dem Erdboden zufällig gefunden und als vor unvordenklichen Zeiten niedergefallen erkannt worden sind, und dieß sind der in so vielfachem Betrachte eigenthümliche und merkwürdige Meteorit von Hainholz, und die Pallasische Masse. Dieß sind die einzigen Luftsteine denen die schwarze schlackige Rinde fehlt; welche alle jene überzieht, die man bei ihrem Niederfalle erblickt, und dann vom Boden aufgelesen hat. Ich habe früher gezeigt, daß der *Hainholz* der *eisenreichste Meteorstein* ist,

1) Diese Ann. Bd. CIII, S. 637.

den wir kennen, daß in ihm ganze Kugeln von Haselnußgröße vorkommen, die aus gediegenem Metalle bestehen, und daß er somit in der Reihe der Meteoriten eine Stelle einnimmt, die auf dem Uebergange von Steinen zu Eisenmassen liegt. Dem Charakter, der ihm hiedurch aufgedrückt ist, bleibt er nun auch in seiner Rinde treu. Unsere gewöhnlichen Meteorsteine, voll kleiner Schwefeleisenkrystalle und meist ziemlich locker von Gefüge, vertragen Luft, Regen und Witterung nicht, werden zersetzt, und zerfallen in Grus und mengen sich in solcher Gestalt in die Dammerde. Davon macht nun der Hainholz eine Ausnahme. Als er gefunden wurde, mag er unbekannte Jahrtausende bereits auf der Erdoberfläche gewelt haben, ohne sich zu zersetzen. Davor hat ihn nichts geschützt, als sein reicher dichtgefügtter Eisengehalt. Er kommt hierin einer Eisenmasse einigermaßen nahe, und hat dann, nachdem er niedergefallen, sich selbst überlassen, dasselbe Schicksal durchlaufen, welches ich von dieser geschildert habe. Er verlor die mitgebrachte Brandrinde durch Zersetzung; es bildete sich Eisenoxydhydrat auf seiner Oberfläche, sie verdickte sich im Laufe der Jahrhunderte; die wenige Steinsubstanz wurde eingeschlossen von dem oxydirten Eisen; es erzeugte sich aus diesem bei seinem Vorherrschen eine dicke Borke wie aus den reinen Eisenmassen und diese diente umgekehrt wiederum der Hauptmasse des Aerolithen zum Schutze gegen weitere Verrostung, ganz wie bei den Eisenmassen. Und so finden wir dann auch wirklich den Hainholz; er trägt eine rauhe, braune, blätterig sich ablösende, rostartige Borke, genau wie ein Eisenmeteorit; ich habe sie in vielen Exemplaren, die ich besitze, bis zu  $\frac{1}{2}$  Zoll dick gefunden. Diese Borke hat ihn vor weiterer Verwitterung und vor gänzlichem Zerfalle gerettet; ohne sie hätten wir ihn nie zu Gesicht bekommen; aber sie beruht einzig auf dem so hohen Eisengehalte des Steines, daß er sich damit in Beziehung auf Rindenbildung den wirklichen Eisenmassen anschließen konnte. Demnach muß ich die Rinde des *Hainholz* für *tertiär*, für eine *Rostrinde* erklären, die unter den Meteorsteinen einzig

und ohne ihresgleichen dasteht, und wiederum ein Uebergangsglied ausmacht, das die Steine mit dem Eisen zu einer vollständig zusammenhängenden Reihe verbindet.

Wenn es unter den Meteoriten etwas giebt, das sich einigermaßen an den Hainholz anschliesst, so ist es die *Pallasische* Masse, die nach meiner früher ausgesprochenen Ansicht nicht zu den Eisen, sondern zu den Meteorsteinen gehört. Auf mehreren grösseren Exemplaren, die ich besitze, finde ich uranfängliche Aussenseiten. Darauf sind schuppige Reste von blätterigen Rinden vorfindlich, die sie einst überzogen, und die von meinen Vorgängern im Besitze derselben möglichst sorgfältig abgebröckelt worden sind. Sie bestehen aus Eisenoxydhydrat, sind braunschwarz und fest. Auf meinen Exemplaren vom Atakama konnte ich keine Uraufsfläche auffinden.

Und nun haben wir, nachdem wir dem Pallas und Hainholz ihren ausnahmsweisen Platz unter den Aerolithen in Bezug auf ihren Ueberzug angewiesen, die Rinden aller übrigen Meteorsteine zu betrachten. Da finden wir dann, daß sie alle ohne weitere Ausnahme mehr oder minder glasig, meistens schwarz, bisweilen braun, öfters rufsig, an vielen Stellen deutlich geflossen sind und sich der ganzen Oberfläche des Steines so genau anschmiegen, wie es nur eine Flüssigkeit auf einem festen Körper nach den Gesetzen der Adhäsion zu thun im Stande ist. Ihre Dicke ist nicht immer gleich; bisweilen ist sie so dünn wie das feinste Papier, z. B. beim Agen, Charsonville, einigen Exemplaren von Stannern und Juvenas; bei den meisten hat sie Pergamentdicke: bei einigen, besonders stellenweise, erscheint sie derber, wie beim Benares, Smolensk, Mauerkirchen, Divina, Kuleschofka, Mässing, Nashville, Sales, Borkut. An einigen findet sie sich ungleich vertheilt; so besitze ich ein Exemplar vom Nanjemoy, an dessen einer Seite die braunschwarze Rinde kaum Schreibpapierdicke hat, an der entgegengesetzten anderthalb Linien, etwa 2 Millimeter dick angehäuft, mithin nach dieser zusammengeflossen erscheint. Man hat diese Rinden öfters untersucht und immer gefunden, daß sie eine Schlacke

sind, zusammengesetzt aus allen Bestandtheilen des Körpers, auf dem sie liegen, und größtentheils aus Eisenoxydul. v. Schreibers hat vor 50 Jahren den Versuch gemacht, sie künstlich zu erzeugen. Er hat zu dem Ende ein Stück Stannern von Rinde ganz befreit, und es dann rasch in die Weißgluth eines reinen Schmiedefeuers geworfen. Als er sah, daß die Oberfläche floss, nahm er es heraus. Erkalte zeigte sich, daß der Stein eine schöne schwarze Rinde bekommen hatte, ganz genau von eben der Beschaffenheit wie sie dieser Meteorit aus der Luft mitgebracht hat, und wie sie alle Exemplare davon besitzen. Ich habe das Versuchstück selbst gesehen.

Hatten wir nun, allen Hergängen nach, die einleuchtendste Wahrscheinlichkeit vor uns, daß die geflossene Rinde der Meteorsteine eine Schlacke ist, welche ihnen erst bei ihrem Durchgange durch die Atmosphäre und bei den damit verbundenen Feuererscheinungen aufgenöthigt wurde, so haben wir vollends durch den schönen Versuch v. Schreibers den synthetischen Beweis, daß in der That heftige Hitze es ist, welche diese Rinde hervorbringt. Daraus folgert sich dann überhaupt, daß alle die glasigen und mehr oder minder schlackigen Rinden der Meteorsteine wirklich nichts anders als geflossene Oxyde sind; sie führen rückwärts auf einen Schluß über die Heftigkeit, welche die Hitze der Feuererscheinungen haben müssen, indem sie nicht bloß höchste Licht-Intensität, sondern auch die Effecte eben so großer Wärmeintensität kundgeben.

Ein allgemeiner Ueberblick über ein Hundert verschiedener Meteorsteine, die ich vor mir habe, belehrt mich, daß man nach dem äußeren Ansehen zunächst dreierlei Arten von Brandrinden unterscheiden kann, nämlich *glasglänzende*, *matte* und *rußige*. Glasglänzend sind Lontalax, Bishopville, Stannern, Juvenas, Jonzac und Constantinopel, sonst kein anderer, von allen die mir zu Gesichte gekommen. Matt sind bei weitem die meisten, namentlich Seres, Doronias, Tunka bei Jakutzk, Wessely, Berlanguillas, Liponas, Killeter, Renazzo, Barbotan, Agen, Apt, Czartorya, Grüneberg,



Yorkshire, Parma, Tabor, Milena, Toulouse, Lissa, Divina, Eichstädt, Siena, Sigena, Capland, Borkut, Favars, Blansko, und fast alle anderen ungenannten. Rufsich sind einige Bruchflächen von Blansko, von Benares, Doroninsk, Erleben, Stannern überall da, wo die Glanzhaut mit Fingern weggerieben ist.

Betrachten wir nun zunächst die *glasigen* Rinden. Da gewährt uns vor allen anderen Bishopville einen erfreulichen Anblick, die ganz einzig unter den Meteoriten dasteht, und wie eine seltene und zum erstenmal auf den Alpen entdeckte Pflanze das Herz des Botanikers, so hier ein Himmelsstein das Gemüth des Meteoritenfreundes erhebt: — eine ganz farblose, durchsichtige wasserhelle Rinde, ein Aërolith also mit einem reinen Glase überzogen. Nicht der ganze Stein zwar ist mit einem so reinen Flusse überrindet, es finden sich auch schwarze Flecke darauf, da wo der Stein von aussen Eisenoxyd zeigt; aber viele ganze Partien seiner Oberfläche sind mit farblosem glänzenden Glase bedeckt. Deutlicher als irgend anderswo, sieht man auf diesem Meteoriten, daß seine Rinde einer bloßen Schmelzung der Oberfläche ihre Entstehung verdankt. Der Stein, den Niemand für einen Meteorstein ansehen würde, ist nämlich ganz schneeweis, und besitzt schwarze Flecke, Fäden und Nester aneinandergelagerter schwarzer Punkte. Das weisse Material ist ein Talkerdesilikat, unter der Vergrößerung durchsichtig, schwarze Gruppen von Eisenoxydkörnern, hie und da ein kleiner Schwefelkieskrystall eingesprengt. Alles Oberflächliche ist zu Glas geschmolzen, das Silikat zu reinem farblosem, das Eisenoxyd zu schwarzem Glase.

Die Hergänge sind hier in ihrer Einfachheit ohne Verwicklung mit anderen aufgetreten, und wir können ihnen mit der Beobachtung und dem Urtheile folgen. Ich besitze mehrere grössere Exemplare von diesem edelen Nordamerikaner und betrachte sie wie den Juwel in meiner Sammlung, in welcher die Erscheinung der Rinde in einem Grade

der Reinheit sich ausprägte, wie sie bei weitem nirgends aufgetreten ist, und vielleicht nie wieder auftreten wird.

Gehen wir zu den *schwarzen glasigen* Rinden, so können wir gleich wieder bei Bishopville den Anfang machen. Auf allen den Stellen, wo Eisenoxyd im Talkerdesilikate liegt, ist sie schwarz. Es hat sich also Eisenglanz, das schwarz ist, in das Silikatglas gemengt, das farblos ist, hat es schwarz gefärbt und damit die gewöhnliche schlackige, schwarze Meteoritenrinde gebildet, inselartig in dem, den farblosen, weissen Grund bedeckenden Silikatglase. Andere Meteoriten besitzen keine so große, reine Anhäufungen von weissen Grundmassen; sie sind meistens innig gemengt mit Eisenoxyd, metallischem Eisen, mit dunkelfarbigem Augit, mit Hornblende und vor diesen allen grau. In Stännern und Jonzac kann man noch millimeterdicke weisse Anorthitpartikel in großer Menge mit unbewaffnetem Auge erkennen, aber sie sind innig durchsät mit grauen Bestandtheilen und die Rinde davon fällt schwarz aus. Noch ist sie bei beiden auf der Oberfläche schön glänzend, selbst auf Juvenas und Constantinopel glänzt die schlackige Rinde noch.

Zwischen den weissen und schwarzen Rinden fast mitten inne liegt noch eine ganz eigenthümliche, die des Meteorsteines von *Langres*, auch *Chasigny* genannt. Sie hat weder Glanz, noch ist sie matt; sie liegt in der Mitte und trägt *Schimmer*, wie keine andere Rinde. Ebenso ist ihre Farbe ganz eigen, die unter den Luftsteinen nicht wieder vorkommt; sie ist braun, ins Gebliche ziehend, zwischen *Colophon-* und *Nelkenbraun*. Sie verdient, so wie der ganze, in seiner Art einzige Stein, mehr Aufmerksamkeit als ihm bis jetzt zu Theil geworden.

Bei den *schwarzen* Rinden werden wir uns nicht aufhalten, jedermann kennt sie und sie unterscheiden sich nur nach glatterem und rauherem Anfühlen, nach satterem schwarz, oder ins Braune ziehender Tinte; bisweilen sind sie stellenweise schaumig wie bei Capland.

Endlich giebt es *rußige* Rinden. Man liest häufig in

den Schilderungen der Meteoritenstürze, daß die Finger sie rufsig schildern, die Finger schwarz beschmutzend; ich kann dieß von den Aërolithen von *Blansko* bestätigen. Mehrere davon färbten im Anfange schwarz ab; natürlich verwischte sich dieß mit den Händen bald. Noch bewahre ich an einem Exemplare eine rufsige Seite, die jetzt 25 Jahre alt ist. Bei Stannern ist es ziemlich auffallend, daß wenn man die glasglänzende Haut wie einen Firniß mit dem Finger abgerieben hat, darunter eine rufsige Schicht der Rinde zum Vorschein kommt, die dann unmittelbar auf dem Steine liegt. Ein Stückchen Rinde von *Eraleben*, das ich bewahre, hat eine vollkommene mattrufsige Oberfläche. Einzelne Seiten von *Benares*, aber bei weitem nicht alle, fand ich schwach rufsig. Auch *Doroninsk* schwach, und fein rufsig, hat ein Ansehen, das zeigt, daß der Körper bei frischem Falle durchweg rufsig war. Immer habe ich bemerkt, daß wenn an einem Steine rufsige Theile vorkommen, es jedesmal diejenigen Seiten sind, welche in der Luft erst spät geborsten; während umgekehrt die älteren Seiten niemals rufsig, die ältesten aber, die Urseiten, sogar glatt, und fast schimmernd waren.

Noch finden sich Meteorsteine, welche ungleiche Rinden haben, auf verschiedenen Stellen anders aussehende. So habe ich einen 8 Pfund schweren Lissa, der matt braunschwarz überrindet ist. Mitten darin findet sich da und dort ein kleiner Fleck, der Glasglanz hat. Aehnliches findet sich auf einem Benares; punktweise auch auf l'Aigle, Siena. Der Grund hiervon läßt sich leicht erkennen; er beruht immer darauf, daß solchen Stellen irgend ein kleiner Körper, eine abgesonderte Substanz unterliegt, die in der Hauptmasse nur vereinzelt vorkommt und verhältnißmäßig leicht schmelzlich ist.

So weit über die Entstehung und Beschaffenheit der Rinden auf der Oberfläche der Meteorsteine. Allein damit ist ihre Rolle noch nicht erschöpft; sie spielt sich noch weiter und zwar über die Oberfläche hinaus ins Innere der Aërolithen hinein. Sehr viele Meteorsteine zeigen sich auf

dem Bruche mit schwarzen Linien durchzogen, die bald fein wie ein Haar, bald dicker wie Nähzwirn, bald dick und sichtlich angehäuft bis auf mehrere Millimeter Stärke sich erheben. Sie laufen bisweilen unter sich parallel, in anderen Exemplaren kreuzen sie sich, manche schweifen unregelmäßig herum. Das Ganze gewährt das Bild von Gängen im Kleinen, wie sie unsere Gebirge im Großen durchsetzen. Ich fand sie in Agen, Charsonville, Blansko, Chateau-Renard, Slobodka, Doroninsk, Lissa, Toulouse, Limerik, Tipperari, Yorkshire, Wessely, Ensisheim, Bishopville, Amnières, Kuleschowka, Poliz, Killeter, Hartford, Mainz. Was bedeuten diese Linien? wie sind sie entstanden? was ist ihr Inhalt? wie sind sie mit der ganzen Erscheinung der Meteoriten in Einklang zu bringen? — Darüber haben sich schon Physiker und Mineralogen die Köpfe zerbrochen; die Sache ist aber so sonderbar und stachlig, daß bis zu dieser Stunde irgend eine, auch nur halbweg annehmbare Erklärung mir wenigstens nicht bekannt geworden ist. Diese Linien sind das Räthsel der Meteoriten; zu allen ihren Beschaffenheiten sind wir bis jetzt nicht im Stande, uns hypothetische Erklärungsgründe zu ersinnen; vor diesen ganz sonderbaren Linien aber bleiben wir verwundert stehen und wissen keinen Ausweg. Sie sind, wenn ich nicht sehr irre, nicht von einerlei, sondern von mehrfacher und ganz verschiedener Abkunft. Da ich hier nur von den Rinden zu reden habe, so ist es nicht am Orte, mich weiter in diese Linien einzulassen, als es die Rinde angeht, und werde später auf den Gegenstand zurückkommen. Hier aber habe ich die Beobachtung mitzutheilen, die ich an den verschiedenen Bruchstücken von Luftsteinen zu machen Gelegenheit fand, daß nämlich die schwarzen Rinden oftmals mit ihrer Substanz in den Körper der Meteoriten hinein fortsetzen und dann solche Linien bilden, wie wir sie so oft im Innern der Steine wahrnehmen. So habe ich in dem Augenblicke da ich dieses schreibe, einen 10 Loth schweren flachen Luftstein von Yorkshire vor mir liegen, von dem Stein-falle, den Howand untersucht und damit zuerst der That-

sache der Aërolithenfälle in der Wissenschaft das Bürgerrecht erkämpft hat. Er hat eine schwarze Rinde und ist gebrochen, senkrecht gegen die Rinde, in der Richtung einer solchen schwarzen Linie, deren Füllung er blogelegt hat. Und was ist nun diese Füllung? Rindensubstanz und nichts anderes, in welche sie am Rande ganz unmittelbar verläuft. Was ist also hier vorgegangen? Der Meteorit ist, wie alle anderen, zersprungen in der Luft. Nicht alle Risse die er bekommen hat, sind bis zu Zertrennungen des Steines fortgeschritten. Manche sind als Risse unvollendet stehen geblieben, indem der Stein gleichzeitig nach einer anderen Richtung nachgab und rifs; in diesem Augenblick ist die wie Wasser dünnflüssige Rindensubstanz in den Rifs eingedrungen und hat ihn ausgefüllt. Erinnert man sich noch, dafs dies hoch oben in der Atmosphäre geschah, wo der Luftdruck noch gering ist, und dafs der Stein rasch herab unter stärkeren Luftdruck kam; zieht man endlich noch in Betracht, dafs der Stein, mit planetarischer Geschwindigkeit in die Atmosphäre eindringend, den heftigsten Gegendruck von der comprimierten Luft erlitt; so begreift man leicht, dafs die dünnflüssige Rindenschlacke mit grofser Gewalt in den Steinrifs hineingetrieben wurde. Da erstarrte sie dann bei der Abkühlung des Steins, und bildete ein schwarzes Blatt in ihm, das uns dann im Querbruche als eine Linie erscheint. Auf solche Weise ist wenigstens die hier beobachtete Linie in einem Yorkshire entstanden.

Meteorsteine, welchen diese schwarzen Linien gänzlich mangeln, sind verhältnismäfsig wenige. Es gehören dahin Benares, Tabor, Seres, Capland, Juvenas, dann Richmond und Erleben, und ganz vorzugsweise Borkut, von dem ich einen fast ganzen Stein von 4 Pfund besitze, der nicht eine Spur davon zeigt.

Es ist beinahe ein Unglück für uns zu nennen, dafs kein Meteorit zu uns gelangen kann, ohne zuvor den Dunstkreis passiren zu müssen. Das hat zur Folge, dafs er sich zuvor erhitzen, entzünden, oberflächlich schmelzen und brennen mufs. Dabei wird er auf seiner ganzen Oberfläche allent-

halben so verwüstet, daß er im Vergleiche mit seinem reinen ursprünglichen Zustande gar nicht mehr zu erkennen ist. Ohne Zweifel bildete er vor seinem Eintritt in unsere Atmosphäre eine mannigfaltig zusammengesetzte hübsche Krystallanhäufung, voll glänzender Ecken, Spitzen und Nadeln, die einander wechselweise überragten. Ihre Gruppierung würde uns zu Einsicht in ihren Bildungsgang verhelfen, und sofort zu den wichtigsten Schlüssen über ihre Entstehung Gelegenheit gegeben haben. So aber bekommen wir nie etwas besseres zu Gesichte, als einen verstümmelten Rumpf mit einem schwarzen und rufsigen Schlackenschmutze überzogen. Daran mögen wir dann glückliche und unglückliche Conjecturalkritik üben. —

## XII. Ein Vorschlag zur Scheidung der Talkerde vom Natron und vom Kali; von F. G. Schaffgotsch.

Die neutralen Carbonate von Talkerde und Ammoniak bilden miteinander ein Doppelsalz, welches aus Talkerdsalzen durch  $1\frac{1}{2}$ -kohlensaures Ammoniak bei Stubenwärme gefällt wird, wenn die Lösungen der in Wechselwirkung tretenden Salze concentrirt sind und das Fällungsmittel vortreibt. Dieser anfangs flockige, später krystallinisch körnige Niederschlag, welcher unter merklichem Aufbrausen und erst nach einigen Minuten erfolgt, ist zuerst von Fourcroy beobachtet, dann von Guibourt und Bucholz näher untersucht und unvollständig analysirt, endlich von Favre vollständig quantitativ zerlegt worden. Der Letztere fand seine Zusammensetzung  $NH \cdot C + Mg \cdot C + 4H$ , was einem Glührückstand oder Talkerdegehalt von 15,9 aufs Hundert entspricht. Ich fand 15,5. Derselbe Niederschlag entsteht in Talkerdesalzlösungen durch Mischungen von gelöstem  $1\frac{1}{2}$ -kohlensaurem Ammoniak mit Aetzammoniak, welche auf ein

Mischungsgewicht Kohlensäure ein MG. Ammoniak oder mehr enthalten, und ist in ihnen, wenn sie concentrirt genug sind, höchst schwer löslich. Zu 60 Grm. einer derartigen Mischung von 1,09 Eigenschwere, welche aus 180 Ccm. Aetzammoniak von 0,92 ES. und 227 Grm.  $1\frac{1}{2}$ -kohlensaurem Ammoniak, mit Wasser auf den Rauminhalt eines Liters gebracht, bereitet worden, fügte ich 6,3 Milligr. des Doppelsalzes, entsprechend 1 Milligr. Talkerde und schüttelte im Verlauf von 6 mal 24 Stunden sechstausendmal um, ohne das Doppelsalz ganz auflösen zu können. Es kommt hier nach 1 Theil Talkerde auf mehr als 60000 Theile Flüssigkeit. Diese Schwerlöslichkeit des Niederschlages und seine durch die körnige Beschaffenheit bedingte Fähigkeit, sich schnell auswaschen zu lassen, sowie endlich sein ungemein lockeres Ansitzen an den Glaswänden der Gefäße, machen ihn zu einem Nebenhuhler des entsprechenden phosphorsäuren Doppelsalzes, wenn es die quantitative Bestimmung der Talkerde gilt, und scheinen ihn zur quantitativen Scheidung der Erde von Natron und Kali zu empfehlen, wozu das andere Doppelsalz nicht taugt. Das vom kohlensauren Doppelsalze Abfiltrirte ergiebt ja abgedampft und gegläht unmittelbar die gesuchten Alkalisalze.

Gleichwohl ist das kohlensaure Ammoniak meines Wissens nie zu der erwähnten Scheidung benutzt worden, vielleicht darum, weil dieß aber nur dann möglich ist, wenn die Concentration der Lösungen und der Ueberschuß des Fällungsmittels eine gewisse Höhe erreichen.

Um die Genauigkeit der in Rede stehenden Trennung der Talkerde von den beiden Alkalien kennen zu lernen, habe ich einige Versuche angestellt, deren Einzelheiten ich nach Vorausschickung der nöthigen allgemeinen Bemerkungen sogleich mittheilen werde.

Als Mischungsgewichte liegen zu Grunde  $H = 1$ ,  $O = 8$ ,  $S = 16$ ,  $Cl = 35,5$ ,  $N = 14$ ,  $K = 39,1$ ,  $Na = 23$ ,  $Mg = 12$ . Es wurden sowohl schwefelsaure Salze als auch Chlormetalle angewandt und, um die Versuche recht vergleichbar und übersichtlich zu machen, immer ein MG. Talkerde auf

1 MG. Alkali genommen und zwar zu allen Versuchen gleichviel Talkerde, nämlich 60 Centigramm.

Die schwefelsaure Talkerde wägte ich als krystallisirtes Bittersalz, die Alkalisulfate im frisch geglühten, völlig entwässerten Zustande, ebenso die zur Verwandlung in Chlor-magnesium bestimmte Talkerde der vier letzten Versuche. Die abgepaßte Wägung frischgeglühter Stoffe geschah ohne Beeinträchtigung der Genauigkeit auf die Weise, daß zunächst durch Ausprobiren das Gewicht bis auf wenige fehlende Milligramme richtig genommen, dann das Fehlende auf tarirtem Glanzpapier für sich gewägt und der von der Waage entfernten Hauptmasse beigefügt wurde. Da es bei der Gewichtsbestimmung der Hauptmasse vor allem darauf ankam, die Gränze der Abnahme bei wiederholtem Erhitzen mit Schärfe zu ermitteln, und alle kürzlich erkalteten Körper ihr Gewicht beständig vermehren, so wurde ohne Ausnahme die Zeit der Erkaltung auf drei, und die Zeit der Wägung auf zwei Minuten festgestellt. Dieselbe Wägungsart, Zeitwägung, welche in bestimmten Fällen sehr viel leistet, erstreckt sich auch auf das Tariren der Tiegel und auf die Gewichtsbestimmung der Filteraschen und Reagenzrückstände sowie sämmtlicher analytischer Schlufsergebnisse, nämlich der Talkerde und der Alkalisalze. Dabei wurden die Theile eines Milligrammes nicht durch Verschiebung des Gewichtshäkchens, sondern aus dem mittleren Betrage des schwingenden Ausschlages der Zunge gefunden. Unter Reagenzrückstand verstehe ich die beim Abdampfen des Fällungsmittels, d. h. des gelösten kohlensauren Ammoniaks, zurückbleibenden Verunreinigungen im geglühten Zustande. Ich fand darin Schwefelsäure, Kalkerde und Alkalien, und konnte ihre bei der analytischen Bestimmung der Alkalisalze nothwendig in Abzug zu bringende Menge durch Vermeidung jeder Berührung des Reagenz mit vulkanisirtem Kautschuk und Kork bis auf 1 Milligramm in 150 Ccm. Reagenz herabbringen. Doch wird auch Glas von kohlensaurem Ammoniak allmählich angegriffen, wie die buntangelaufenen Fensterscheiben der Pferdeställe zeigen.



Zu einem Liter Reagenz sind beim zweiten, dritten und vierten Versuche 173 Ccm. Aetzammoniak von 0,92 ES. auf 229 Grm.  $1\frac{1}{2}$ -kohlensaures Ammoniak genommen worden, in allen folgenden Versuchen 180 Ccm. Aetzammoniak. Zur Fällung dienten beim dritten und allen folgenden Versuchen 50 Ccm. Reagenz, zum Auswaschen 100 bis 150 Ccm. Zwischen Fällen und Filtriren verstrichen mit Ausnahme des zweiten Versuchs stets 24 Stunden. Vielleicht ist die Hälfte oder der vierte Theil dieser Zeit genügend. Filtriren nebst Waschen auf Filtern von 4 Cm. Seite nahm 2 Stunden in Anspruch.

Die Talkerde habe ich in allen Fällen nach Einäscherung des Filters, welches man am besten nicht vom Niederschlage trennt, noch eine volle Stunde über einem sechsfachen Bunsenschen Gasbrenner geglüht, weil ich nur dann gewiss seyn konnte, Wasser und Säure ganz entfernt zu haben. Das von der kohlensauren Ammoniaktalkerde Abfiltrirte muß anfangs, um Spritzen zu vermeiden, nicht im Wasserbade, sondern bei gelinderer Wärme eingedampft werden.

Eine sehr bemerkenswerthe Verschiedenheit zwischen Natronsalzen und Kalisalzen gab sich bei der in Rede stehenden Untersuchung kund. Die ausgewaschene kohlensaure Ammoniaktalkerde enthielt so gut wie nichts von jenem, aber stets ein Beträchtliches von diesem, wie sich aus dem Gewicht der durch Glühen zersetzten Doppelverbindung und ihrem Verhalten beim Auswaschen mit heißem Wasser ergab. Das Waschwasser liefs in einen Falle einen verschwindend kleinen Abdampf- und Glührückstand und besafs eine schwach alkalische Reaction, was beides der Talkerde an sich zukommt; im anderen Falle hingegen liefs es einen beträchtlichen Rückstand und reagirte stark alkalisch, was, da sich dieser brausend aber geruchlos in Säure löste, die Gegenwart von kohlensaurem Kali verrieth. (S. d. achten Versuch). Ausserdem fanden sich bei den Versuchen mit Chlorkalium sublimirte Spuren dieses Salzes an der Innenseite des Tiegeldeckels nach dem Glühen des Doppel-

salzes. All dieses der Talkerde nachträglich abgewonnene Alkali mußte, dem Hauptfiltrat hinzugefügt, auch bei Gegenwart von Carbonat durch Einwirkung des vorhandenen schwefelsauren oder salzsauren Ammoniaks nothwendig das entsprechende fixe Alkalisalz liefern. Das Auswaschen der geglühten Talkerde, allerdings ein Uebelstand, dessen Beseitigung noch anzustreben bleibt, ist übrigens in sehr kurzer Zeit und leicht ohne mechanischen Verlust, auch ohne neue Tarirung des Tiegels ausführbar.

### 1. Schwefelsaure Salze.

#### A. Talkerde und Natron.

1. *Versuch.* 3,6900 Grm. kr. Bittersalz und 2,1300 geglühtes Glaubersalz kalt gelöst in 12 Grm. Wasser; gefällt mit überschüssigem Aetzammoniak, dann  $1\frac{1}{2}$ -kohlen-saures Ammoniak hinzu, bis zur Bildung eines dicken Breies. Filtrirt und mit einem willkürlichen Gemisch von  $1\frac{1}{2}$  kohlen-saurem Ammoniak und Aetzammoniak gewaschen. Niederschlag schwach geglüht = 0,6220 Grm., stark geglüht 0,6030. Schwefelsaures Natron nicht bestimmt.

2. *Versuch.* Ebensoviel Salze und Wasser als im ersten Versuch. Anderthalbkohlensaures Ammoniak in Stücken hinzu, bis dieselben über die Flüssigkeit hinausragen. Später das mehrfache Maafs Aetzammoniak von 0,92 ES. hinzu; nach mehreren Tagen filtrirt. Talkerde, ungewaschen, = 0,5982 Grm. Im Filtrat durch phosphorsaures Natron 2,4 Milligrm. Talkerde gefunden, wobei aber der Kalkgehalt im Reagenz zu berücksichtigen.

3. *Versuch.* Salze und Wasser wie oben. Talkerde, ungewaschen, = 0,5997 Grm., gewaschen 0,5975 statt 0,6000. Wiedergewonnenes schwefelsaures Natron, unberichtigt = 2,1415 Grm. statt 2,1300, oder Natron, unberichtigt, = 0,9350 und nach dem Gewichtsverlust der Talkerde berichtigt 0,9360 statt 0,9300. Summe = 1,5335 Grm. statt 1,5800 oder wenn man die theoretisch geforderte Summe von Talkerde und Alkali = 100 setzt, 39,05 Proc. Talkerde

statt 39,21, und 61,17 Natron statt 60,79. Im Ganzen 100,22 statt 100.

4. *Versuch.* Lösung wie oben, doch ausserdem auf jedes MG. Talkerde ein MG. Salmiak hinzu, also 1,605 Grm. Ein grosser Theil desselben blieb ungelöst. Talkerde, ungewaschen = 0,5982 Grm., gewaschen 0,5965 statt 0,6000. Schwefelsaures Natron, unberichtigt = 2,1443 statt 2,1300. Natron, unberichtigt = 0,9362 und berichtigt = 0,9370 statt 0,9300. Summe = 1,5335 statt 1,5300. In Hunderttheilen 38,99 Proc. Talkerde statt 39,21, und 61,24 Natron statt 60,79. Summe = 100,23 statt 100.

#### B. Talkerde und Kali.

5. *Versuch.* 3,6900 Grm. Bittersalz in 12 Grm. kalt. Wasser gelöst, dann 2,6130 gepulvertes schwefelsaures Kali hinzu, das sich nur theilweise löst. Talkerde, ungewaschen = 0,6115 Grm. Schwefelsaures Kali nicht bestimmt.

6. *Versuch.* Genau wie bei 5. Talkerde, ungewaschen = 0,6210 Grm.

7. *Versuch.* Die Salzmengen des vorigen Versuchs in wenigem heissen Wasser gelöst; fast zur Trockne eingedampfte Talkerde, ungewaschen = 0,6134 Grm. Schwefelsaures Kali, unberichtigt = 2,5865.

8. *Versuch.* Salzmengen des vorigen Versuchs in 20 Grm. Wass. von 25°C. gelöst. Talkerde, ungewaschen 0,6174 Grm., gewaschen = 0,6023 statt 0,6000. Das herausgewaschene Kalisalz, stark alkalisch reagirend und mit verdünnter Schwefelsäure geruchlos brausend, wiegt direct bestimmt 0,0150 Grm. Schwefelsaures Kali, worin alles Kali, = 2,6050 statt 2,6130, oder Kali = 1,4087 statt 1,4130. Summe = 2,0110 statt 2,0130. In Hunderttheilen 29,92 Proc. Talkerde statt 29,81, und 69,98 Kali statt 70,19; zusammen 99,90 statt 100.

9. *Versuch.* Lösung des vorigen Versuchs. Talkerde, ungewaschen = 0,6167 Grm., gewaschen = 0,5993 statt 0,6000. Schwefelsaures Kali = 2,6056 statt 2,6130 oder Kali = 1,4090 statt 1,4130. Summe = 2,0083 statt 2,0130.

In Hundertheilen: 29,77 Proc. Talkerde statt 29,81, und 70,00 Kali statt 70,19. Zusammen 99,77 statt 100.

## II. Chlormetalle.

### C Talkerde und Natron.

10. *Versuch.* 3,6900 Grm. kr. Bittersalz und 2,1300 geglähtes Glaubersalz gelöst in 12 Grm. kalt. Wasser. Chlorbaryumlösung in geringem Ueberschuß hinzu, filtrirt, Baryt durch Schwefelsäure entfernt. Filtrat zur Trockne eingedampft, schwach und gleichmäfsig befeuchtet u. s. f. Talkerde, ungewaschen = 0,6018 Grm. Natron nicht bestimmt.

11. *Versuch.* 0,6000 Grm. Talkerde und 1,7550 Chlornatrium in einer Mischung von 8 Ccm. Wasser mit 5 Ccm. Salzsäure von 1,12 ES. kalt gelöst, mit einigen Tropfen Aetzammoniak neutralisirt. Talkerde, ungewaschen = 0,5967 Grm., gewaschen = 0,5958 statt 0,6000. Chlornatrium = 1,7624 Grm. statt 1,7550, oder Natron = 0,9339 statt 0,9300. Summe = 1,5297 statt 1,5300. In Hundertheilen 38,94 Proc. Talkerde statt 39,21, und 61,04 Natron statt 60,79. Zusammen 99,98 statt 100.

12. *Versuch.* Lösung wie im vorigen Versuch. Talkerde, ungewaschen = 0,5947 Grm., gewaschen = 0,5929 statt 0,6000. Chlornatrium = 1,7620 statt 1,7550, oder Natron = 0,9337 statt 0,9300. Summe = 1,5266 statt 1,5300. In Hundertheilen 38,75 Proc. Talkerde statt 39,21, und 61,03 Natron statt 60,79. Zusammen 99,78 statt 100.

### D. Talkerde und Kali.

13. *Versuch.* Lösung wie in den beiden letzten Versuchen, nur 2,2380 Grm. Chlorkalium statt des Chlornatriums. Talkerde, ungewaschen = 0,6066 Grm., gewaschen 0,5918 statt 0,6000. Chlorkalium = 2,2461 statt 2,2380, oder Kali = 1,4181 statt 1,4130. Summe = 2,0099 statt 2,0130. In Hundertheilen 29,40 Proc. Talkerde statt 29,81, und 70,45 Kali statt 70,19. Zusammen 99,85 statt 100.

14. *Versuch.* Lösung wie im vorigen Versuch. Talkerde, ungewaschen = 0,6063 Grm., gewaschen = 0,5933 statt

0,6000. Chlorkalium = 2,2485 statt 2,2380, oder Kali 1,4196 statt 1,4130. Summe = 2,0129 statt 2,0130. In Hunderttheilen 29,47 Proc. Talkerde statt 29,81, und 70,52 Kali statt 70,19. Zusammen 99,99 statt 100.

Die vorstehenden Versuche sind *die einzigen*, welche ich überhaupt zur Scheidung der Talkerde von den zwei Alkalien angestellt habe. Nur 8 davon sind vollständig durchgeführt und deshalb unter sich vergleichbar, nämlich 3. 4. 8. 9. 11. 12. 13. und 14.

Die leichteste Uebersicht und das richtigste Maafs der erreichten Genauigkeit gewinnen wir durch drei Divisionen für jeden der 8 Versuche. Die gefundene Talkerde, getheilt durch die zu findende, das gefundene Alkali, getheilt durch das zu findende, und schliesslich der zweite Quotient, getheilt durch den ersten, geben drei Zahlen, welche bei völlig gelungener Scheidung sämmtlich = 1 seyn müßten, deren Abweichung von der Einheit also den Fehler der Analyse darstellt. Im Folgenden sind die drei Zahlen, deren letzte nichts anderes ist, als das Sauerstoffverhältniß zwischen Alkali und Talkerde, der Reihe nach unter  $n$ ,  $z$  und  $v$  aufgeführt.

Zahl des Versuchs	$n$	$z$	$v$
3.	0,9958	1,0065	1,0107
4.	0,9942	1,0067	1,0125
8.	1,0038	0,9970	0,9932
9.	0,9988	0,9972	0,9983
11.	0,9930	1,0042	1,0113
12.	0,9882	1,0040	1,0160
13.	0,9863	1,0036	1,0175
14.	0,9888	1,0047	1,0160

$v$  ist am größten bei 13., am kleinsten bei 8. Im Mittel aller 8 Versuche ist

$$v = 1,009$$

d. h. der mittlere Fehler des neuen Trennungsverfahrens betrug neun Tausendtheile.

Helgoland den 11. August 1858.

### XIII. Ueber die Entstehung des Tones bei dem Brummkreisel; von Prof. Dr. Emsmann.

Ueber den *Brummkreisel* hat Hr. Sondhaufs <sup>1)</sup> experimentelle Untersuchungen angestellt, die nichts zu wünschen übrig lassen. Wenn ich hier auf die angeführte Abhandlung zurückkomme, so geschieht dies deshalb, weil es mir scheint, als ob Derselbe die Ansicht von C. Marx <sup>2)</sup> über die Entstehung des Tones bei diesem Spielzeuge mit Unrecht verwirft, und dafür die von F. Savart <sup>3)</sup> aufrecht zu erhalten sucht.

Nach C. Marx ist die Erklärung folgende: »Die durch den Umschwung in eine grössere Centrifugalgeschwindigkeit versetzte und aus der Oeffnung hervordringende Luft stößt auf die äufsere ruhende, wird von dieser zurückgetrieben und treibt diese zurück; so entsteht eine Folge von Oscillationen, welche der Luft in der Kugel sich mittheilt und sie zum Tönen bringt«. F. Savart sagt: »Es ist leicht, sich von dem Phänomene Rechenschaft zu geben, indem man bemerkt, dafs die Hohlkugel, wenn man mit einem kleinen Windrohr oder auch mit dem Munde gegen den scharfen Rand ihrer Seitenöffnung bläfst, denselben Ton angiebt, welchen sie bei der Rotation um ihre Axe hören läfst. Im ersten Fall wird ein Luftstrom gegen den Rand der Seitenöffnung getrieben, im anderen stößt der scharfe Rand der Seitenöffnung gegen die äufsere Luft, was auf dasselbe hinausläuft, und obgleich das in der Hohlkugel enthaltene Fluidum durch die Rotationsbewegung mit fortgerissen wird, so vibriert es doch ebenso, wie wenn diese Bewegung nicht existirte. Man könnte daher nach dem für Pfeifen von ähnlicher Gestalt gültigen Gesetz, dafs die Schwingungszahlen der linearen

1) Pogg. Ann. Bd. LXXXI, S. 235 u. 347.

2) Journ. für prakt. Chem. von Erdmann u. Marchand Bd. XXII, S. 133; a. a. O. S. 244.

3) *Annal. de chim. et de phys.* T. XXIX, p. 425; a. a. O. S. 244.

Dimensionen umgekehrt proportionirt sind, den Ton dieser Instrumente *a priori* bestimmen, wenn ihre Höhlung genau sphärisch wäre.“

Hr. Sondhaufs hat ganz Recht, wenn er die Entscheidung für die eine oder die andere Erklärung abhängig macht von der Erscheinung, daß der Brummkreisel zweimal tönt, nämlich anfangs, wo der Kreisel eine große Rotationsgeschwindigkeit besitzt, und dann nach einer Pause bei mäßiger Rotationsgeschwindigkeit nochmals etwas höher und schwächer. Da sich nun dasselbe auch beim Anblasen zeigt, so soll darin ein Argument gegen die Annahme liegen, daß die Centrifugalkraft den Ton erzeuge, weil es nicht einzusehen sey, wie die mit der Rotationsgeschwindigkeit abnehmende Kraft, welche nicht im Stande war, den schon schwingenden Luftkörper des Brummkreisels bei abnehmender Geschwindigkeit in Vibration zu erhalten, zuletzt noch einmal das Ansprechen des Tones veranlassen sollte. Trotz dieses Ausspruches bin ich der Ansicht, daß zur Erklärung des Tones eines Brummkreisels die Centrifugalkraft nicht zu umgehen ist. Hr. Sondhaufs selbst bietet hierzu das nöthige Material.

Nachdem derselbe darauf hingewiesen hat, daß die Ränder der Oeffnung nicht scharf zu seyn brauchen, wie Savart für wesentlich zu halten scheint, beharrt er dennoch bei der Erklärung, welche dieser aufgestellt hat, weil Brummkreisel mit abgerundeten Rändern der Seitenöffnung beim Anblasen auch noch tönen. Hierauf wird jedoch folgender Versuch angeführt. »Bohrt man in die Hohlkugel des Brummkreisels oben in die Drehungsaxe ein Loch, so spricht der Ton bei der Rotation nur dann noch gut an, wenn dieses Loch im Vergleiche zu der Seitenöffnung sehr klein ist. Schon wenn die in der Rotationsaxe gelegene Oeffnung, bei ihrer allmählichen Vergrößerung, dem Flächeninhalte nach den zehnten Theil der Seitenöffnung erreicht hat, so spricht der Ton nur kurze Zeit sehr schwach an und zwar nur bei geringer Drehungsgeschwindigkeit; macht man jene Oeffnung noch größer, so tönt der Brummkreisel während

des Rotirens nicht, spricht dagegen noch gut und leicht an, wenn man seine Oeffnung anbläst. Es findet hier also eine Verschiedenheit in dem Verhalten des Brummkreisels beim Rotiren und beim Anblasen statt.

Dafs man sich hiernach veranlafst sehen könnte, der von C. Marx aufgestellten Ansicht den Vorzug zu geben, erkennt Hr. Sondhaufs an; er entscheidet sich jedoch nicht für dieselbe, sondern giebt von dem Nichtansprechen der in der Axe angebohrten Brummkreisel bei der Rotation folgende Erklärung.

»Die in der Hohlkugel enthaltene Luft nimmt, in Folge der an den inneren Wänden stattfindenden Reibung, an der Rotation des Brummkreisels Theil, woran um so weniger zu zweifeln ist, da auch die äufsere Luft der Rotation folgt und bis auf die Entfernung von einigen Zollen an der Kreisbewegung Theil nimmt. Die mitrotirende Luft tritt daher in Folge der Centrifugalkraft zum Theil aus der Seitenöffnung des rotirenden Brummkreisels, so dafs in dessen Innern ein etwas luftverdünnter Raum entsteht, wenn nicht durch eine in der Drehungsaxe angebrachte Oeffnung fortwährend Luft von aussen zuströmen kann. Hat nun diese Oeffnung die ausreichende Gröfse, so dringt aus der Seitenöffnung des Kreisels ununterbrochen ein Luftstrom, welcher in der Richtung der Tangente auf die äufsere Luft stöfst und diese nicht blofs in raschere Rotation versetzt, sondern auch das Anblasen der bewegten Seitenöffnung verhindert. Ist dagegen die Axenöffnung verhältnifsmäfsig klein, so ist der aus der Seitenöffnung hervortretende Luftstrom zu schwach, um den Gegendruck der äufseren langsamer kreisenden Luft zu überwinden und der Brummkreisel tönt noch, wenn auch weniger gut und anhaltend.«

Der Umstand, dafs solche Brummkreisel, die in Folge der Vergröfserung der Axenöffnung nur sehr schwach tönen, gerade bei geringerer Rotationsgeschwindigkeit ihren Ton noch hören lassen, soll ein Beleg für die aufgestellte Ansicht seyn, da die Centrifugalkraft mit dem Quadrate der Drehungsgeschwindigkeit wächst und deshalb der aus der Seitenöff-



nung des Brummkreisels hervortretende Luftstrom über den Widerstand der äufseren Luft bei gröfserer Rotationsgeschwindigkeit um so eher das Uebergewicht erlangen mufs.

Zunächst ist nicht recht in Uebereinstimmung zu bringen, wie Hr. Sondhaufs sich a. a. O. S. 245 und 247 dagegen aussprechen kann, dafs die Centrifugalkraft den Ton erzeuge, während er dieselbe S. 248 selbst zu Hülfe ruft. Halten wir dies fest, dafs Hr. Sondhaufs ohne Centrifugalkraft nicht fertig werden kann, so hat derselbe doch im Grunde der Ansicht von C. Marx beigestimmt. Und dies scheint uns auch die einzig richtige Ansicht zu seyn, ohne dafs damit jedoch behauptet seyn soll, dafs C. Marx die Phänomene, welche der Brummkreisel darbietet, wohl vollständig gekannt habe. Namentlich scheint Demselben das zweite Tönen bei geringer gewordener Rotationsgeschwindigkeit entgangen zu seyn. Das Princip, auf welchem die Erklärung von C. Marx beruht, ist aber jedenfalls das richtige; denn aus demselben erklärt sich nicht nur das zweimalige Tönen, sondern auch die zwischenliegende Pause.

Die in dem Brummkreisel enthaltene Luft nimmt an der Rotation des Kreisels Theil, wird in Folge der Centrifugalkraft gegen den Aequator des Kreisels gedrängt, strömt durch die Seitenöffnung in der Richtung der Tangente heraus, stöfst auf die äufseren, wird von dieser zurückgetrieben und treibt diese zurück, so entsteht eine Folge von Oscillationen, welche den Ton erzeugt, die bei der schnellen anfänglichen Rotation vernommen wird. Durch das Ausströmen der Luft aus der Seitenöffnung entsteht im Innern des Brummkreisels ein luftverdünnter Raum; nimmt die Rotationsgeschwindigkeit ab, so wird auch die Centrifugalkraft der eingeschlossenen Luft geringer, und zwar mit dem Quadrate der Rotationsgeschwindigkeit; der Kampf mit der äufseren Luft nimmt an Heftigkeit ab, es tritt eine Pause des Gleichgewichts ein, endlich gewinnt die äufseren Luft das Uebergewicht, der luftverdünnte Raum füllt sich wieder durch von aufsen eindringende Luft und so entsteht zum zweiten Male ein Ton. Der erste Ton hat also nach meiner Ansicht dem

Ausströmen der inneren Luft des Brummkreisels, der zweite dem Einströmen der äußeren Luft in denselben seine Entstehung zu danken und zwar erfolgt das Tönen in beiden Fällen nach dem Principe, wie es von C. Marx aufgestellt ist. Der Einfluß der Oeffnung in der Axe des Brummkreisels auf das Tönen ergibt sich hiernach, wie auch Hr. Sondhaufs angegeben und ausgeführt hat, von selbst, indem sich das Innere immer wieder mit Luft füllt und zwar in um so vollständigerem Maasse, je größer die Oeffnung wird. Das Tönen eines Brummkreisels beim Anblasen, selbst eines in der Axe angebohrten, hat freilich mit der Centrifugalkraft nichts zu schaffen.

Schließlich bemerke ich nur noch, daß mich die Beobachtung des zweimaligen Tönens eines Brummkreisels auf den hier vorliegenden Gegenstand aufmerksam machte, daß ich die Untersuchungen des Hrn. Sondhaufs in Folge hiervon näher ansah und, da mir hier eine Lücke vorzuliegen schien, meine Ansicht einer Vorlage in den Annalen nicht unwerth hielt.

#### XIV. *Ueber die Interferenz zweier Stimmgabeln;* *von C. A. Grüel, Mechaniker in Berlin.*

Wenn man eine angeschlagene Stimmgabel vor dem Ohr oder über einer abgestimmten Schallröhre um ihre Längsaxe dreht, so findet man bei jeder Umdrehung 4 Stellen, wo der Ton vollständig verschwindet. Hält man zwei nahe im Einklange stehende angeschlagene Gabeln über einer Schallröhre, so geschieht die Unterdrückung des Tones ebenfalls, aber periodisch, und das abwechselnde Anschwellen und Nachlassen desselben ist es, was mit dem Namen Schwebungen, Stöße, bezeichnet worden ist.

In beiden Fällen entsteht die Wirkung einer vollkommenen Interferenz durch das Zusammentreffen einer ver-

dichtenden mit einer verdünnenden Schallwelle von gleicher Intensität, und man erkennt bald den Grund, weshalb der Versuch, eine andauernde Interferenz zu erzeugen, bei Anwendung einer einzelnen Gabel so leicht gelingt. Wenn nun zwei Gabeln wirklich *unisono* gestimmt und ihre Vibrationen so isochron sind, daß die Entstehung der Stöße gänzlich ausgeschlossen ist, so kann man die Frage stellen, ob unter Umständen nicht der Fall eintreten könne, daß diese Gabeln angeschlagen und über einem Schallrohr gehalten, gar keinen Ton vernehmen lassen.

Da ich mit diesem Theil der akustischen Praxis öfter zu thun und daher Gelegenheit hatte, den Gegenstand durch das Experiment zu prüfen, so schien es mir nicht unangemessen, das gewonnene Resultat schon deshalb mitzutheilen, weil von mehreren Seiten die Muthmaßung gegen mich ausgesprochen worden war, die Gabeln würden, wenn sie ganz genau wären, selbst in dem Fall, daß ihre Schwingungsbewegung gerade die entgegengesetzte wäre, dennoch einen Ton erzeugen. Ich habe mich nun überzeugt, daß diese Interferenz wirklich unter folgenden Bedingungen andauernd eintritt. Die Gabeln müssen genau *unisono*, gleichartig gearbeitet und von gleicher Stärke und Dauer des Tones seyn. Dieselben müssen ferner gleich stark angeschlagen und symmetrisch über die Oeffnung der Schallröhre gehalten werden. Dann aber muß der Zufall allein es fügen, daß sie sich nach dem Anschlagen in entgegengesetzter vibratorischer Bewegung befinden, was leider durch mechanische oder physikalische Hilfsmittel anderer Art zu erreichen sehr schwierig erscheint.

Ich glaube, daß ich mich nach Aufzählung dieser verschiedenen Bedingungen, befriedigt finden darf, wenn ich sagen muß, daß erst nach 30 bis 40 maligem Anschlagen durchschnittlich der Versuch vollkommen gelingt, von dessen Realität man sich leicht überzeugt, wenn man abwechselnd die eine oder die andere Gabel vom Schallrohr entfernt, wo sogleich der vorher unterdrückte Ton vernehmbar wird.

Da das Abstimmen genauer *Unisono*-Gabeln mühsam und

die Beobachtung sehr langsamer Schwebungen unsicher ist, so bemerke ich hier beiläufig, daß die gleichzeitige Anwendung des Pendels, einer Hülfsgabel, welche raschere Stöße giebt, und das versuchsweise Aufkleben höchst kleiner Wachsstückchen auf die Schenkel Mittel darbieten, die Ajustirung unter Vermeidung manches fehlerhaften Feilstrichs zu bewirken und zu fördern.

### XV. *Akustische Notiz.*

Wenn die Thür eines Zimmers, worin eine Gasflamme brennt, schnell durch einen ganz kleinen Raum hin- und herbewegt wird, so zeigt, wie Schaffgotsch beobachtet hat (Ann. Bd. 100 S. 650) das Sinken und Steigen der Flamme die dadurch hervorgebrachten Verdichtungen und Verdünnungen der Luft mit Genauigkeit an. Ganz dieselbe Erscheinung kann man in jedem Concertsaal beobachten, der mit Gas oder einem flüchtigen Oel erleuchtet wird. Jedesmal nämlich, wenn ein sehr intensiver Ton, z. B. ein Paukenschlag, angegeben wird, sieht man plötzlich und, wegen des geringen Abstandes, gleichzeitig alle Flammen einen Augenblick niedriger werden. Die Töne mögen einander noch so rasch folgen, so werden sie doch mit telegraphischer Genauigkeit von den Flammen angezeigt. Ich bemerkte diese Phänomene zuerst zu Göttingen in einem Concert am 12. Febr. d. J. im »Deutschen Hause« worin die Pauken mit ungewöhnlicher Kraft und Präcision behandelt wurden.

A. Arndtsen.